

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

مجموعه کتاب های واله
(مقطع دستان)

ریاضی

ششم دستان

مؤلف: هیئت علمی مؤسسه آموزشی فرهنگی واله - دپارتمان ریاضی
نام مؤلفان به ترتیب حروف الفبا: محمد جانی - داریوش دارابی - بهناز زحمتکش
محمد نبیزاده - علی واله - نیلوفر یعقوبی
مدیریت تدوین و ناظر علمی: علی واله

عنوان و نام پدیدآور : ریاضی ششم دبستان
 وضعیت ویراست : ویراست دوم
 مشخصات نشر : تهران: واله، ۱۳۹۳.
 مشخصات ظاهری : ص: ۳۹۲، ۲۹×۲۹ س.م.
 فروست : مجموعه کتاب‌های واله؛ ۷۳.
 شاپک : ۹۷۸-۶۰۰-۷۲۸۷-۱۶-۳
 وضعیت فهرست نویسی : فیلیا مختصر
 یادداشت : این مدرک در آدرس <http://opac.nlai.ir> قابل دسترسی است.
 یادداشت : مؤلفان: محمد جانی، داریوش دارابی، بهناز زحمتکش، محمد نبی‌زاده، علی واله، نیلوفر یعقوبی.
 یادداشت : چاپ هشتم.
 شناسه افزوده : واله، علی، ۱۳۴۶-
 شناسه افزوده : مؤسسه آموزشی فرهنگی واله
 شماره کتابشناسی ملی : ۳۵۷۳۳۲۶



ناشر: انتشارات واله (پروانه نشر: ۸۹۷۶)

فروشگاه مرکزی انتشارات واله: تهران، صادقیه، خیابان سازمان آب، خیابان نهم شمالی، نبش سوم غربی، پلاک ۵
تلفن: ۰۲۱-۴۸۳۵۱۱۱۱-۰۲۱-۴۴۲۰۲۲۴۸

آدرس الکترونیکی: info@valeh.ir

صندوق پستی: ۱۴۵۱۵/۱۱۷۵
مرکز پخش و توزیع مجموعه کتاب‌های واله: تهران، انقلاب، خیابان ۱۲ فروردین، مجتمع کتاب فروردین، طبقه‌ی هم‌کف،
تلفن: ۰۲۱-۶۶۹۷۰۰۹۴-۵

نام کتاب	: ریاضی ششم دبستان
نام مؤلفان	: هیئت علمی مؤسسه آموزشی فرهنگی واله - دیارتمان ریاضی - مؤلفان به ترتیب حروف الفبا: محمد جانی - داریوش دارابی - بهناز زحمتکش - محمد نبی‌زاده - علی واله - نیلوفر یعقوبی
ناظر علمی	: علی واله
مدیریت تدوین و برنامه‌ریزی آموزشی	: علی واله
مدیر تولید	: ام کلثوم نوبخت اصل
هماهنگی و اجرا	: نصیبه کلانتری
گرافیست و صفحه‌آرا	: معصومه حسنی - مهناز علی‌یاری
طراح جلد	: حسن نصاری
ناشر	: واله
قطع	: رحلی
نوبت چاپ	: نهم: ۹۴-۱۳۹۳ - (چاپ اول: شهریور ۹۱)
شماره ویرایش	: ویرایش دوم
شمارگان	: ۵۰۰ جلد
فروست	: مجموعه کتاب‌های واله (۷۳)
لیتوگرافی، چاپ و صحافی	: تندیس

قیمت: ۱۹۵,۰۰۰ ریال

کلیه‌ی حقوق چاپ و نشر، محفوظ و مخصوص ناشر است و هرگونه کپی‌برداری
یا نقل مطالب بدون اجازه‌ی ناشر پیگرد قانونی دارد.



واله‌ان شوید!

کد شهر خود را به شماره‌ی ۰۹۱۶۳۶۴۴۲۱ پیامک بزنید.



سخنی با اولیاء و دانشآموزان و معلمین عزیز:

شورای برنامه‌ریزی آموزشی مؤسسه آموزشی فرهنگی واله «سری کتاب‌های آدم برفی» از «مجموعه کتاب‌های واله» را ویژه‌ی ۳ گروه از مخاطبان با اهداف ذیل تهیه و تدوین نموده است:

۱- دانشآموزان: آموزش و فرآیند یادگیری روان و عمیق برای دانشآموزان جهت آمادگی و کسب موفقیت در امتحانات نوبت اول و دوم و آزمون‌های آزمایشی مختلف.

شورای برنامه‌ریزی، کتاب را بر این اساس تهیه و تولید نموده است که دانشآموز بدون نیاز به معلم و با کمک یکی از والدین و با مطالعه‌ی قسمت آموزش که برای هر مبحث تدوین شده است و حل تمرین‌ها به یادگیری عمیق مطالب دست یابد و سطح علمی خود را ارتقا دهد و با حل سؤال‌های تشریحی و تستی پایان هر فصل به سنجش و ارزشیابی علمی و آموزشی خود پردازد.

۲- والدین: آموزش اصولی منطبق بر استانداردهای آموزش و پرورش برای والدین جهت فرآیند یاددهی به فرزندان خود.

از آنجا که سری کتاب‌های آدم برفی به آموزش تمام موضوعات و مباحث کتاب درسی پرداخته است؛ لذا والدین گرامی می‌توانند با مطالعه‌ی آن در یادگیری عمیق‌تر مطالب به فرزندان خود کمک نمایند و جهت ارزشیابی فرزند خود به حل و بررسی سؤال‌های تشریحی و تستی هر فصل پردازند.

۳- آموزگاران: آموزش و فراهم نمودن سؤالات متعدد برای آموزگاران و معلمان جهت کمک به فرآیند یاددهی به دانشآموزان.

آموزگاران گرامی می‌توانند بعد از تدریس هر مبحث، تمرینات کتاب را که به همراه پاسخ‌نامه‌ی تشریحی می‌باشد را در کلاس با دانشآموزان خود حل نمایند و سؤالات تشریحی و تستی را به عنوان تکلیف در منزل برای دانشآموزان درنظر بگیرند.

علی واله

مدیر مسئول انتشارات واله

بِنَامِ خدا

«کفت بِ تحقیقِ انجات شد علای شما، پس پایداری کنید
و پیروی کنید راه آمان را که علم ندانم»

قرآن کریم سوره یونس آیه (۸۸)

مقدمه

دوست من سلام!

خوشحالیم که فرصتی فراهم شد تابتوانیم مطالبی را برای کمک به یادگیری بهتر درس ریاضی برای دوستان کوچک خود تهیه کنیم.

بخش‌هایی از کتاب درسی ششم، شامل مژوهی بر مطالب سال‌های قبل و بخش‌هایی از آن هم شامل مطالب جدید می‌باشد. البته بسیاری از موضوعاتی که در سال‌های قبل آموخته‌اید در این سال به صورت متفاوت‌تری آموزش داده می‌شود.

کتابی که پیش روی شماست، با هدف آموزش روان‌تر و عمیق‌تر موضوعات کتاب درسی تهیه شده است. این کتاب شامل هشت فصل است که هر فصل به چند بخش تقسیم شده است.

در ابتدای هر بخش درس‌نامه‌ای برای یادگیری بهتر دانش‌آموز تهیه شده و سپس در بخش «با هم تمرین کنیم» تعدادی سؤال از همان موضوع با پاسخ تشریحی آورده شده است.

بهتر است که دانش‌آموز برای یادگیری مؤثرتر پس از مطالعه درس‌نامه، ابتدا تمرینات این بخش را حل کرده و پاسخ را با کتاب مقایسه کند.

در انتهای هر بخش تعدادی تمرین تشریحی بدون پاسخ و نیز تعدادی سؤال چهارگزینه‌ای با پاسخ تشریحی آورده شده است.

برای مرور هر فصل تعدادی سؤال در انتهای فصل گنجانده شده است. هم‌چنین تعدادی آزمون برای امتحانات نوبت اول و دوم سال تحصیلی در این کتاب قرار داده شده است. لازم به ذکر است کلیه سؤالات تشریحی و تستی در سه سطح ساده، متوسط و دشوار طبقه‌بندی شده‌اند که به ترتیب با نمادهای (садه) (متوسط) (دشوار) مشخص شده‌اند. از همکاران و دانش‌آموزان عزیز خواهشمندیم با پیشنهادهای سازنده‌ی خود ما را در اصلاح کاستی‌ها و اشکالات کتاب یاری فرمائید.

در پایان از همه همکارانی که ما را در تألیف کتاب یاری داده‌اند قدردانی می‌کنیم.

به امیدِ موفقیت شاعر زبان

گروه مؤلفین

فهرست

صفحه

عنوان

۷	﴿ فصل اول: کسر متعارفی
۸	کسر و عدد مخلوط
۱۷	مقایسه و ساده کردن کسر
۲۸	جمع و تفریق
۴۰	ضرب و تقسیم
۵۹	﴿ فصل دوم: عددهای اعشاری
۶۰	نمایش اعشاری عدددها
۶۸	جمع، تفریق و ضرب عددهای اعشاری
۷۷	تقسیم یک عدد بر عددهای طبیعی
۸۵	تقسیم یک عدد به عدد اعشاری
۱۰۱	﴿ فصل سوم: اندازه‌گیری طول و زاویه
۱۰۲	اندازه‌گیری طول
۱۱۴	فاصله
۱۳۵	مقایسه و اندازه‌گیری زاویه‌ها
۱۵۰	انواع زاویه‌ها
۱۷۷	﴿ فصل چهارم: عددهای تقریبی
۱۷۸	تقریب زدن – قطع کردن
۱۸۶	تقریب زدن – گرد کردن
۱۹۴	نمایش عددهای تقریبی روی محور
۲۰۴	محاسبات تقریبی و ترتیب انجام عملیات
۲۱۹	﴿ نمونه سوالات امتحانی نوبت اول
۲۲۳	﴿ فصل پنجم: نسبت، تناسب و درصد
۲۲۴	جدول تناسب
۲۳۶	مقدارهای متناسب
۲۵۱	تسهیم به نسبت
۲۶۰	درصد و ریاضیات مالی

فهرست

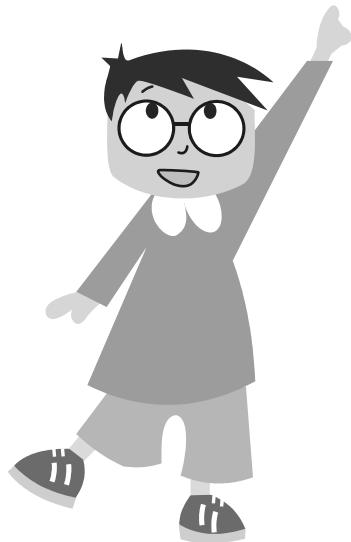
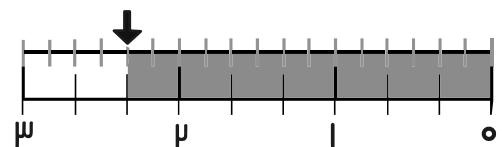
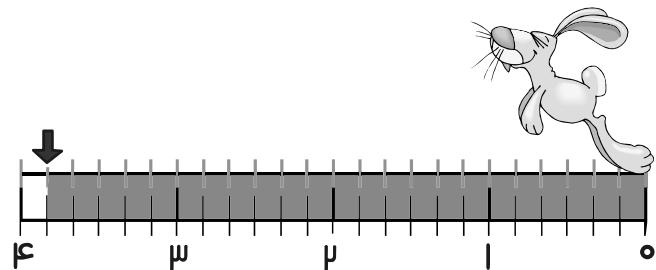
صفحه

عنوان

۲۸۱	﴿ فصل ششم: اندازه‌گیری سطح و حجم
۲۸۲	مقایسه و اندازه‌گیری سطح
۲۹۰	مساحت اشکال هندسی
۳۰۲	مقایسه و اندازه‌گیری حجم
۳۱۲	حجم اشکال هندسی
۳۴۹	﴿ فصل هفتم: مختصات و عددهای صحیح
۳۳۰	محورهای مختصات
۳۴۳	تقارن و مختصات
۳۵۷	عددهای صحیح
۳۶۸	کاربرد عددهای صحیح در جمع و تفریق
۳۸۹	﴿ نمونه سوالات امتحانی نوبت دوم

فصل اول

کسر متعارفی





بحث اول

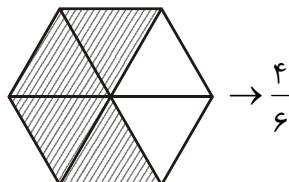
کسر و عدد مخلوط

کسر متعارفی: هرگاه واحدی را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنیم و فقط جزئی از کل آن را انتخاب کنیم، این انتخاب را به صورت کسر نمایش می‌دهیم.

هر کسر به صورت $\frac{\square}{\star}$ بیان می‌شود که \square را صورت کسر و \star را مخرج کسر می‌نامیم.

نکته: مخرج کسر نمی‌تواند صفر باشد.

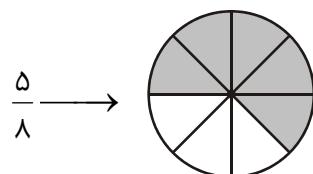
مثال: به شکل روی روبرو دقّت کنید:



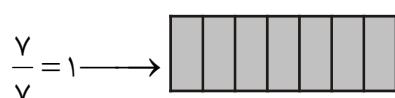
تذکرہ ۱: اگر صورت کسری صفر باشد، حاصل آن کسر مساوی صفر است. (به شرط آن که مخرج کسر صفر نباشد). مثال: $\frac{0}{5} = 0$

تذکرہ ۲: کسری که صورت و مخرج آن مساوی باشند، (هیچ کدام صفر نباشند) مساوی یک است. (کسر واحد) مثال: $\frac{14}{14} = 1$

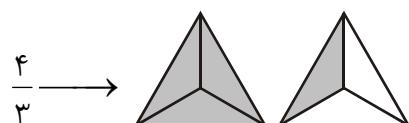
أنواع کسر:



۱- کوچک‌تر از واحد: کسرهایی که صورت‌شان از مخرج‌شان کوچک‌تر است. مثال:



۲- مساوی با واحد: کسرهایی که صورت‌شان مساوی مخرج‌شان است. مثال:



۳- بزرگ‌تر از واحد: کسرهایی که صورت‌شان از مخرج‌شان بزرگ‌تر است. مثال:

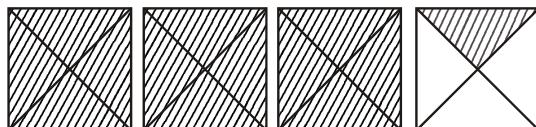
تذکرہ: کسرهای بزرگ‌تر از واحد را می‌توان به عدد مخلوط تبدیل نمود.

عدد مخلوط عددی است که از یک بُره صحیح و یک کسر تشکیل شده باشد که آن را به صورت $\frac{1}{3} \triangle \square \star$ نمایش می‌دهند مانند





مثال: به شکل زیر دقّت کنید:



$\frac{1}{4}$ یا $\frac{3}{4}$ شکل روبرو رنگی است:

تبديل کسر متعارفی (معمولی) به کسر مخلوط:

برای این کار کافی است در کسرهای بزرگ‌تر از واحد، صورت را به مخرج تقسیم نماییم و خارج قسمت را در جلوی کسر و باقیمانده‌ی تقسیم را در صورت کسر بنویسیم. در اینجا مخرج کسر همان مخرج کسر قبلی است.

مثال: کسر $\frac{7}{2}$ را به عدد مخلوط تبدیل کنید.

حل:

$$\rightarrow \frac{7}{2} = \frac{6+1}{2} = 3\frac{1}{2}$$

تبديل کسر مخلوط به کسر معمولی:

کافی است جزء صحیح را در مخرج کسر ضرب کرده و حاصل ضرب را با صورت کسر جمع نموده و در صورت کسر قرار دهیم. مخرج کسر جدید همان مخرج کسر قبلی است.

مثال: عدد مخلوط $3\frac{1}{2}$ را به صورت یک کسر بنویسید.

حل:

$$3\frac{1}{2} = ? \rightarrow \frac{3 \times 2 + 1}{2} = \frac{7}{2}$$

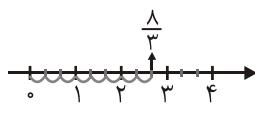
نمایش کسر و عدد مخلوط روی محور:

مثال: کسر $\frac{8}{3}$ را روی محور اعداد نمایش دهید.

حل:

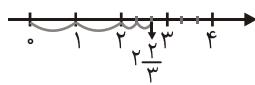
ابتدا هر یک از واحدهای روی محور را به سه قسمت مساوی (مخرج کسر) تقسیم می‌کنیم.

پس هر یک از این قسمت‌های کوچک $\frac{1}{3}$ است، برای نمایش $\frac{8}{3}$ روی محور کافی است، ۸ تا از این $\frac{1}{3}$ ها را شمارش



کنیم. (می‌دانیم که $\frac{8}{3}$ یعنی ۸ تا $\frac{1}{3}$)

از طرفی دیگر می‌دانیم صورت دیگر عدد $\frac{8}{3}$ همان $2\frac{2}{3}$ می‌باشد، یعنی ۲ واحد کامل و $\frac{2}{3}$ تا $\frac{1}{3}$



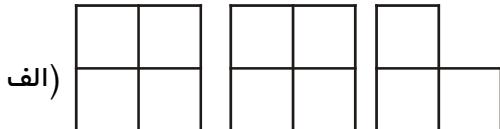
نکته: به کسرهای $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{5}$ به ترتیب نصف، ثلث، ربع و خمس گفته می‌شود.



با هم تمرین کنیم



۱- برای هر شکل، عدد مخلوط و کسر بزرگتر از واحد بنویسید.



حل:

$$\text{الف } \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$

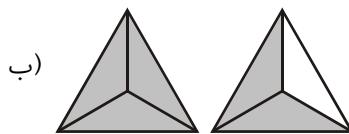
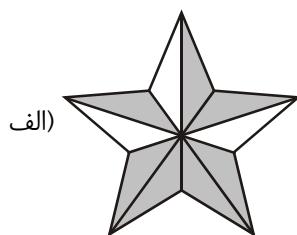
$$\text{ب) } \frac{3}{6} = \frac{9}{6}$$

۲- شکل مربوط به هر کسر و عدد مخلوط را رسم کنید.

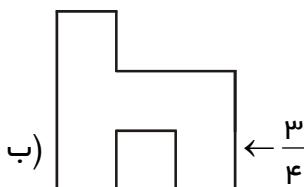
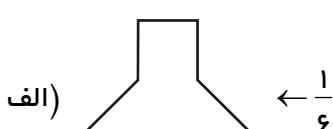
(الف) $\frac{7}{10} =$

(ب) $1\frac{2}{3} =$

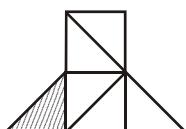
حل:



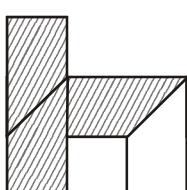
۳- با تقسیم هر شکل به قسمت‌های مساوی، کسر مورد نظر را نشان دهید.



حل:



الف) ابتدا شکل را به ۶ قسمت مساوی تقسیم نموده و ۱ قسمت را رنگ می‌کنیم:



ب) شکل را به ۴ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و سه قسمت آن را رنگ می‌کنیم:



۴- هر یک از کسرهای زیر را به عدد مخلوط تبدیل کنید.

$$(الف) \frac{174}{13} =$$

$$(ب) \frac{58}{7} =$$

حل:

$$\begin{array}{r} -174 \\ \hline 13 \\ \hline 44 \\ -39 \\ \hline 5 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 13 \\ 13 \\ \hline 0 \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \frac{174}{13} = 13 \frac{5}{13}$$

$$\begin{array}{r} -58 \\ \hline 56 \\ \hline 2 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 7 \\ 8 \\ \hline 0 \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \frac{58}{7} = 8 \frac{2}{7}$$

۵- هر یک از اعداد مخلوط زیر را به کسر تبدیل کنید.

$$(الف) 21\frac{6}{5} =$$

$$(ب) 3\frac{61}{68} =$$

حل:

$$(الف) \frac{21}{5} = \frac{21 \times 5 + 6}{5} = \frac{111}{5}$$

$$(ب) \frac{61}{68} = \frac{3 \times 68 + 61}{68} = \frac{265}{68}$$

۶- هر یک از موارد زیر را به صورت عدد مخلوط بنویسید.

ب) ۴ کیلوگرم و ۲۵۷ گرم

الف) ۵ سانتیمتر و ۳ میلیمتر

حل:

$$(الف) \frac{5}{10} \text{ میلیمتر} \text{ برابر با } \frac{3}{10} \text{ سانتیمتر است.}$$

$$(ب) \frac{257}{1000} \text{ گرم} \text{ برابر } \frac{257}{1000} \text{ کیلوگرم است.}$$

۷- میخواهیم ۲۳ بطری نوشابه را درون جعبه‌های ۶ تایی قرار دهیم، نوشابه‌های قرار داده شده در این جعبه‌ها چه عدد مخلوطی را نمایش می‌دهند؟

حل: کافی است عدد ۲۳ را بر ۶ تقسیم کنیم:

$$\begin{array}{r} -23 \\ \hline 18 \\ \hline 5 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 6 \\ 3 \\ \hline 0 \end{array} \right.$$

$$\rightarrow 3\frac{5}{6}$$

۸- مادر نیکی ۸ نفر را برای تولد او دعوت کرده است. او کیک تولد را که به شکل دایره است، چگونه می‌تواند بین نیکی و دوستانش تقسیم کند که به همه به مقدار یکسان کیک برسد؟

حل:

مادر نیکی ۸ نفر مهمان دارد که با خود نیکی ۹ نفر می‌شوند، پس کافی است دایره را به ۹ قسمت متساوی تقسیم کند،

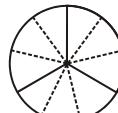


:



:

برای این کار ابتدا کیک را به سه قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم؛ و سپس هر قسمت را به سه قسمت مساوی دیگر تقسیم می‌کنیم؛



:

که در نهایت به شکل رو به رو تبدیل می‌شود:



- ۹- الف) یک روز چه کسری از یک هفته است؟
 ب) یک هفته چه کسری از ماه مهر است؟
 پ) یک ماه چه کسری از یک سال است؟ (فرض کنید همه ماهها ۳۰ روزه باشند)

حل:

$$\text{پ) } \frac{1}{12}$$

$$\text{ب) } \frac{7}{30}$$

$$\text{الف) } \frac{1}{7}$$

- ۱۰- با توجه به واحد کامل، طول چوب کبریت‌های زیر را هم به صورت کسر و هم به صورت عدد مخلوط بیان کنید.



(الف)



(ب)

حل:

$$\text{الف) } \frac{8}{10} = \frac{18}{10}$$

$$\text{ب) } \frac{1}{5} = \frac{16}{5}$$

۱۱- الگوهای عددی زیر را ادامه دهید:

$$\text{الف) } \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots, \dots, \dots, \dots$$

$$\text{ب) } \frac{2}{17}, \frac{4}{17}, \frac{6}{17}, \dots, \dots, \dots$$

حل:

$$\text{الف) } \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}$$

$$\text{ب) } \frac{8}{17}, \frac{10}{17}, \frac{12}{17}$$



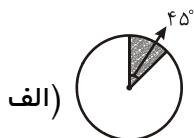
کار در منزل



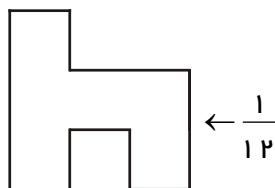
۱- چه کسری از گلبرگ‌ها رنگی است؟



۲- در هر مورد مشخص کنید چه کسری از شکل رنگی است؟



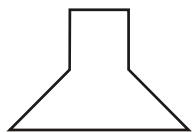
۳- شکل زیر را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنید و کسر مورد نظر را نشان دهید.



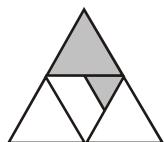
۴- کسر $\frac{1}{3}$ را با استفاده از شکل‌های زیر نشان دهید.



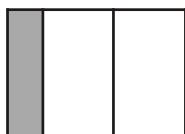
۵- $\frac{2}{3}$ شکل زیر را هاشور بزنید.



۶- چه کسری از شکل مقابل رنگی است؟

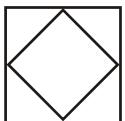


۷- در شکل زیر قسمت رنگی چه کسری را نشان می‌دهد؟





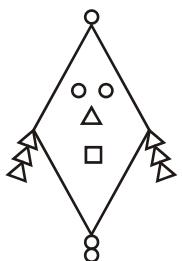
۸- در شکل زیر مربع کوچک چه کسری از مربع بزرگ است؟



۹- چه کسری از شکل رو به رو رنگی است؟

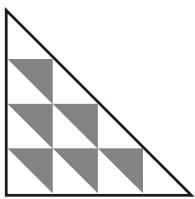


۱۰- در شکل رو به رو تعداد مثلثها چه کسری از تعداد کل شکل‌ها است؟



۱۱- در شکل زیر مساحت مثلث‌های کوچک با هم مساوی است. مساحت قسمت رنگی چه کسری از مساحت کل

شکل است؟

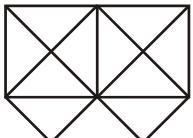


۱۲- چه کسری از شکل مقابل رنگی است؟



۱۳- اگر $\frac{1}{4}$ را به صورت شکل زیر نمایش دهیم:

چه کسری کم داریم تا ۴ واحد کامل شود؟



۱۴- کسر $\frac{17}{5}$ را در نظر بگیرید.

الف) آن را به صورت عدد مخلوط بنویسید.

ب) کسر را با کمک شکل نمایش دهید.



۱۵ - در شکل‌های زیر عدد مخلوط متناظر با قسمت رنگی را بنویسید.



۱۶ - هر عدد مخلوط را به کسر مساوی‌اش متصل کنید.

$$\frac{4}{10}$$

$$\frac{5}{6}$$

$$\frac{3}{9}$$

$$\frac{14}{6}$$

$$\frac{34}{10}$$

$$\frac{10}{3}$$



۱۷ - هر یک از موارد زیر را به صورت یک عدد مخلوط بنویسید.

الف) ۳ متر و ۱۵ سانتی‌متر

ب) ۲۵ لیتر و ۲۰۰ سی‌سی

پ) ۷۰ هکتار و ۲۷۳ متر مربع



۱۸ - ۷۲ درجه چه کسری از دایره است؟



۱۹ - ۵ ساعت چه کسری از یک شبانه‌روز است؟



۲۰ - ۷ دقیقه و ۵۲ ثانیه چه کسری از یک ساعت است؟



۲۱ - به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) یک سال تحصیلی تقریباً چه کسری از تمام سال است؟

ب) تقریباً چه کسری از سال، تعطیلات تابستانی دانش‌آموزان است؟



۲۲- چه کسری از اعداد طبیعی یک رقمی، فرد است؟ (اعداد طبیعی اعدادی هستند که برای شمارش استفاده می‌شوند، یعنی ۱، ۲، ۳، ۴ و ...)



۲۳- در آزمون ورودی یک مدرسه از میان ۱۵۷ نفر شرکتکننده، ۲۵ نفر قبول شده‌اند، چه کسری از شرکتکنندگان قبول نشده‌اند؟



۲۴- اگر ۸۰ بطری شیر را در جعبه‌های ۱۲ تایی قرار دهیم، حداقل به چند جعبه نیاز داریم؟

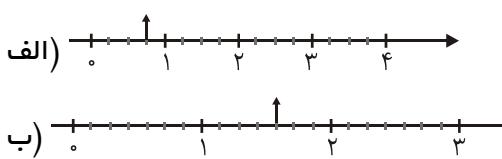
۲۵- شخصی که در اثر تصادف زخمی شده است، به $\frac{17}{3}$ واحد خون نیاز دارد. برای تزریق خون به او چند بسته خون باید مصرف شود؟



۲۶- نیلوفر برای تولد خود ۸ نفر را دعوت کرده است و ۳ نفر از آنها به میهمانی نیامده‌اند.
الف) چه کسری از دوستانش به میهمانی آمده‌اند؟

ب) مادر نیلوفر کیک دایره‌ای شکل او را چگونه باید تقسیم کند تا به همه، به یک اندازه کیک برسد؟

۲۷- کسرهای $\frac{2}{4}$ ، $\frac{11}{5}$ و $\frac{19}{6}$ را روی محورهای جداگانه نشان دهید.



الف) $\frac{7}{10}$

ب) $\frac{5}{8}$

۲۹- اعداد زیر را روی محور نمایش دهید.



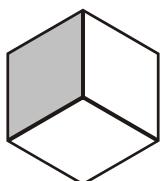
مبحث دو

مقایسه و ساده کردن کسر

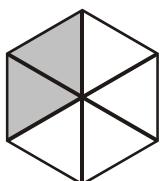
کسرهای مساوی: هرگاه صورت و مخرج یک کسر را در عددی (به غیر از صفر) ضرب و یا بر آن تقسیم کنیم، کسری مساوی با آن به دست می‌آید.

نکته: هر کسر بیشمار کسر مساوی دارد، چون مجموعه اعداد، نامحدود است.

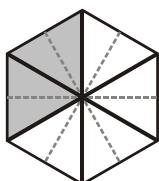
مثال: با توجه به هر شکل، جاهای خالی را پر کنید.



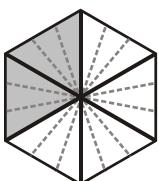
_____ =



_____ =



_____ =



_____ =

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{6} = \frac{4}{12} = \frac{6}{18}$$

حل:

ساده نمودن کسرها: هرگاه صورت و مخرج یک کسر هر دو بر یک عدد مساوی (به غیر از صفر) تقسیم شوند، کسری مساوی کسر اول حاصل شود.

مثال: سه کسر مساوی با کسر $\frac{4}{3}$ را بنویسید.

$$\frac{4}{3} = \frac{4 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4 \times 3}{3 \times 3} = \frac{4 \times 4}{3 \times 4} \rightarrow \frac{4}{3} = \frac{8}{6} = \frac{12}{9} = \frac{16}{12}$$

حل:

مثال: ساده کنید.

$$(الف) \frac{24}{36} = \frac{24 \div 2}{36 \div 2} = \frac{12 \div 2}{18 \div 2} = \frac{6 \div 3}{9 \div 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{24}{36} = \frac{\cancel{24} \times 2}{\cancel{36} \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$(ب) \frac{20}{30} = \frac{20 \div 10}{30 \div 10} = \frac{2}{3}$$

$$(پ) \frac{\cancel{2}^1 \times \cancel{5}^1}{\cancel{3}^1 \times \cancel{10}^2} = \frac{5}{2}$$

نکته: اگر دو کسر مساوی باشند، حاصل ضرب صورت اولین کسر در مخرج دومین کسر با حاصل ضرب مخرج اولین کسر در صورت

$$\frac{\star}{\square} = \frac{\diamond}{\bigcirc} \Leftrightarrow \star \times \bigcirc = \square \times \diamond$$

دومین کسر برابر است (به این عمل طرفین وسطین می‌گوییم).



مثال: در تساوی زیر مقدار \square را به دست آورید.

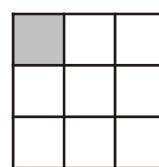
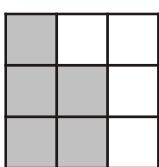
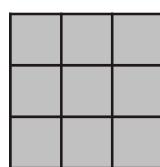
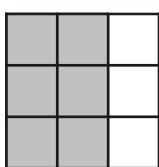
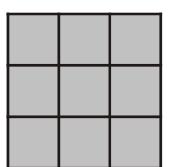
$$\frac{25}{\square} = \frac{10}{12} \rightarrow 25 \times 12 = 10 \times \square$$

$$\square = \frac{25 \times 12}{10} = 30 \rightarrow \square = 30$$

حل:

مقایسه کسر:

اگر دو کسر دارای مخرج های برابر باشند، کسری بزرگ تر است که صورت آن بزرگ تر باشد.



$$\frac{15}{9}$$

>

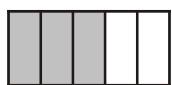
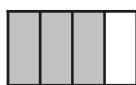
$$\frac{14}{9}$$

>

$$\frac{1}{9}$$

مثال:

اگر دو کسر دارای صورت های برابر باشند، کسری بزرگ تر است که مخرج آن کوچک تر باشد.



مثال:

$$\frac{3}{4} = \quad > \quad \frac{3}{5} = \quad > \quad \frac{3}{6} =$$

تذکر: اگر در دو کسر، نه صورت کسرها با هم برابر باشد و نه مخرج کسرها، باید مخرج کسرها و یا صورت کسرها را برابر کنیم.

مثال: کسرهای زیر را با هم مقایسه کنید.

(الف) $\frac{3}{5}$ و $\frac{3}{7}$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 7}{5 \times 7} = \frac{21}{35} \quad \frac{3}{7} = \frac{3 \times 5}{7 \times 5} = \frac{15}{35}$$

$$\rightarrow \frac{14}{35}, \frac{15}{35} \quad \frac{15 > 14}{35} \rightarrow \frac{15}{35} > \frac{14}{35} \rightarrow \frac{3}{7} > \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \times 5}{7 \times 5} = \frac{15}{35} \quad \frac{3}{5} = \frac{3 \times 7}{5 \times 7} = \frac{21}{35}$$

تذکر: عدد ۳۵ را کوچک ترین مضرب مشترک (مخرج مشترک) بین اعداد ۷ و ۵ می نامند.

(ب) $\frac{14}{23}$ و $\frac{42}{17}$

$$\rightarrow \frac{42}{17}, \frac{42}{17} \quad \frac{17 < 69}{69} \rightarrow \frac{42}{69} < \frac{42}{17} \rightarrow \frac{14}{23} < \frac{42}{17}$$

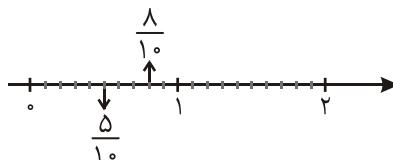
$$\frac{14}{23} = \frac{28}{46} = \frac{42}{69}$$



مثال: به کمک محور اعداد، دو کسر $\frac{4}{5}$ و $\frac{1}{2}$ را با هم مقایسه کنید.

حل: برای نمایش دو نقطه روی محور، چون کسرها هم مخرج نیستند، ابتدا مخرج مشترک می‌گیریم.

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$$



$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$$

با توجه به محل قرار گرفتن دو کسر $\frac{5}{10}$ و $\frac{8}{10}$ روی محور، نتیجه می‌گیریم که $\frac{5}{10} > \frac{8}{10}$ است. بنابراین $\frac{1}{2} > \frac{4}{5}$ است.

مقایسه اعداد مخلوط

برای مقایسه، ابتدا باید جزء کسری عدد مخلوط کوچک‌تر از واحد باشد، سپس:

الف) هر عدد که جزء صحیح آن بزرگ‌تر باشد، عدد بزرگ‌تر است.

ب) اگر جزء صحیح هر دو برابر باشد، عددی بزرگ‌تر است که جزء کسری آن بزرگ‌تر باشد.

مثال: مقایسه کنید.

$$\text{(الف)} \quad \frac{5}{7}, \frac{1}{4} \xrightarrow{2<4} \frac{5}{7} < \frac{1}{4}$$

$$\text{(ب)} \quad \frac{7}{8}, \frac{3}{5} \xrightarrow{\frac{7}{8}>\frac{3}{5}} \frac{7}{8} > \frac{3}{5}$$

$$\text{(پ)} \quad \frac{5}{2}, \frac{1}{3} \rightarrow \frac{5}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \xrightarrow{\frac{1}{2}>\frac{1}{3}} \frac{1}{2} > \frac{1}{3} \rightarrow \frac{5}{2} > \frac{1}{3}$$

بیشتر بحثیم:

* اگر صورت و مخرج کسری را در عددی ضرب کنیم، مجموع یا اختلاف صورت و مخرج هم در همان عدد ضرب می‌شود.

مثال: کسری مساوی $\frac{2}{3}$ بنویسید که مجموع صورت و مخرج آن ۳۰ باشد.

حل:

مجموع صورت و مخرج کسر $\frac{2}{3}$ برابر ۵ است ($2+3=5$) بنابراین باید در ۶ ضرب شود تا ۳۰ حاصل شود. پس کافی

$$\frac{2}{3} = \frac{12}{18}$$

است صورت و مخرج کسر $\frac{2}{3}$ را در عدد ۶ ضرب کنیم ←

مثال: کسری مساوی $\frac{4}{7}$ بنویسید، به طوری که اختلاف صورت و مخرج آن ۱۱۱۳ واحد باشد.

حل: اختلاف صورت و مخرج کسر $\frac{4}{7}$ برابر ۳ است. ($3-4=-1$) پس باید در ۳۷۱ ضرب شود. ($371 \times 3 = 1113$) تا ۱۱۱۳

$$\frac{4}{7} = \frac{1484}{2597}$$

حاصل شود کافی است صورت و مخرج کسر $\frac{4}{7}$ را در عدد ۳۷۱ ضرب کنیم ←



مثال: کسری مساوی $\frac{28}{36}$ بنویسید، به طوری که اختلاف صورت و مخرج آن ۴۴۴ واحد باشد.

$$36 - 28 = 8$$

حل:

چون عدد ۴۴۴ بر عدد ۸ بخش پذیر نیست، پس ابتدا کسر را ساده می‌کنیم:

$$\frac{28}{36} = \frac{7}{9}, \quad 9 - 7 = 2, \quad 444 \div 2 = 222$$

$$\longrightarrow \frac{28}{36} = \frac{7}{9} = \frac{1554}{1998}$$

■ نوشتن کسری که بین دو کسر دیگر قرار داشته باشد.

روش اول: هرگاه بخواهیم بین دو کسر، تعدادی کسر بنویسیم، کافی است کسرها را هم مخرج نماییم.

مثال: بین دو کسر $\frac{1}{4}$ و $\frac{3}{5}$ ، سه کسر بنویسید.

حل:

$$\begin{array}{l} \frac{1}{4} = \frac{5}{20} \\ \frac{3}{5} = \frac{12}{20} \\ \hline \end{array} \quad \text{کسرهای } \frac{1}{4}, \frac{5}{20}, \frac{11}{20}, \frac{10}{20}, \frac{9}{20}, \frac{8}{20}, \frac{7}{20}, \frac{6}{20} \text{ بین دو کسر } \frac{1}{4} \text{ و } \frac{3}{5} \text{ قرار دارند.} \rightarrow$$

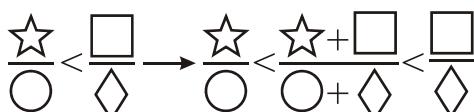
نکته: در حالتی که کسرها از ابتدا دارای مخرج برابر می‌باشند یا بعد از هم مخرج کردن، صورت کسرها دو عدد متولی می‌شوند، کافی است برای نوشتن سه کسر داده شده، صورت و مخرج کسرها را در عدد ۴ ضرب نماییم (همیشه در یک عدد بیشتر از تعداد کسرهای خواسته شده)

مثال: بین دو کسر $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{5}$ سه کسر بنویسید.

حل:

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2} = \frac{3 \times 4}{6 \times 4} \rightarrow \frac{12}{24} \\ \frac{2}{3} = \frac{4 \times 4}{6 \times 4} = \frac{16}{24} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{12}{24} < \frac{13}{24} < \frac{14}{24} < \frac{15}{24} < \frac{16}{24} = \frac{2}{3} \\ \hline \end{array}$$

روش دوم: برای نوشتن یک کسر بین دو کسر دیگر، کافی است صورت کسرها را با هم و مخرج‌هایشان را با هم جمع کنیم به این ترتیب کسر به دست آمده، بین دو کسر دیگر قرار می‌گیرد.



مثال: بین کسرهای $\frac{3}{7}$ و $\frac{4}{9}$ دو کسر بنویسید.

حل:

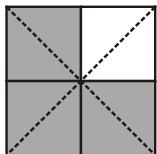
$$\frac{3}{7} < \frac{4}{9} \rightarrow \frac{3}{7} < \frac{3+4}{7+9} < \frac{4}{9} \rightarrow \frac{3}{7} < \frac{7}{16} < \frac{4}{9} \rightarrow \frac{3}{7} < \frac{7}{16} < \frac{7+4}{16+9} < \frac{4}{9} \rightarrow \frac{3}{7} < \frac{7}{16} < \frac{11}{25} < \frac{4}{9}$$



با هم تمرین کنیم



۱- با توجه به شکل زیر یک تساوی کسری بنویسید.



حل:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

۲- ابتدا کوچکترین مخرج مشترک دو کسر را پیدا کنید. سپس با مخرج مشترک، کسرهای مساوی هر کسر را بنویسید.

$$\frac{5}{12}, \frac{9}{18}$$

حل:

$$\begin{aligned} \frac{5}{12} &= \frac{5}{24} = \frac{15}{36} \\ \frac{9}{18} &= \frac{14}{36} \end{aligned} \rightarrow \frac{5}{12} = \frac{15}{36} \text{ و } \frac{9}{18} = \frac{14}{36}$$

۳- کسر زیر را ساده کنید.

$$\frac{42 \times 45}{18 \times 36} =$$

حل:

$$\frac{\cancel{42}^7 \times \cancel{45}^5}{\cancel{18}^3 \times \cancel{36}^4} = \frac{35}{12}$$

$$\frac{21 \times 63 \times 85}{49 \times 27 \times 17} =$$

۴- ساده کنید.

$$\frac{\cancel{21}^1 \times \cancel{63}^1 \times \cancel{85}^5}{\cancel{49}^7 \times \cancel{27}^3 \times \cancel{17}^1} = 5$$

حل:

۵- مقدار \square را در تساوی‌های زیر به دست آورید.

(الف) $\frac{130}{30} = \frac{\square}{6}$

(ب) $\frac{7 \times \square}{10} = 1\frac{2}{5}$



حل:

$$130 \times 6 = \boxed{\square} \times 30 \rightarrow \boxed{\square} = \frac{130 \times 6}{\cancel{30}} = \frac{13 \times \cancel{6}}{\cancel{30}} = 26 \quad (\text{الف})$$

3
1

$$\frac{7 \times \boxed{\square}}{10} = \frac{7}{5} \rightarrow 7 \times 5 \times \boxed{\square} = 7 \times 10 \rightarrow \boxed{\square} = \frac{7 \times \cancel{10}}{7 \times \cancel{5}} = 2 \quad (\text{ب})$$

1
1

۶- در جاهای خالی علامت مناسب ($>$ یا $=$ یا $<$) قرار دهید.

(الف) $\frac{4}{5} \boxed{\square} \frac{3}{4}$

(ب) $\frac{5}{7} \boxed{\square} \frac{3}{5}$

(پ) $\frac{7}{4} \boxed{\square} \frac{5}{6}$

حل:

الف) کافی است کسرها را هم مخرج کنیم:

$$\frac{4}{5}, \frac{3}{4} \rightarrow \frac{16}{20} > \frac{15}{20} \rightarrow \frac{4}{5} > \frac{3}{4}$$

ب) جزء صحیح هر دو عدد برابر است، پس کسرها را با هم مقایسه می کنیم:

$$\frac{5}{7}, \frac{3}{5} \rightarrow \frac{25}{35} > \frac{21}{35} \rightarrow \frac{5}{7} > \frac{3}{5}$$

پ) دقت کنید $\frac{7}{4} = \frac{21}{12}$ ، اکنون که جزء صحیح دو عدد با هم برابر است، کسرها را مقایسه می کنیم:

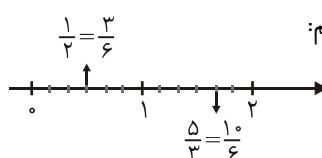
$$\frac{3}{4}, \frac{5}{6} \rightarrow \frac{9}{12}, \frac{10}{12} \rightarrow \frac{9}{12} < \frac{10}{12} \rightarrow \frac{3}{4} < \frac{5}{6}$$

۷- کسرهای $\frac{5}{3}$ و $\frac{1}{2}$ را روی یک محور نمایش دهید.

حل:

$$\frac{1}{2} = -\frac{3}{4} = \boxed{\frac{3}{6}}$$

$$\frac{5}{3} = \boxed{\frac{10}{6}}$$



ابتدا باید مخرج مشترک بگیریم:

۸- در یک مزرعه، ۳۰ مرغ و گاو وجود دارد، تعداد پاهای آنها روی هم ۸۴ عدد است، در این مزرعه چند مرغ و چند گاو وجود دارد؟

حل:

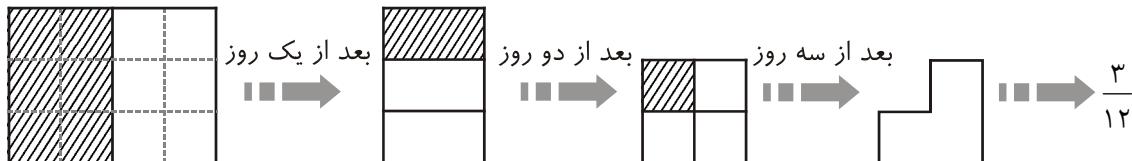
به طور کلی ۳۰ تا حیوان در این مزرعه وجود دارد که تعداد پاهای مرغها ۲ تا و گاوها ۴ تا است. در مرحله‌ی اول فرض می کنیم که یک پای همه‌ی حیوانات را قطع کنیم به این ترتیب مرغها ۱ پا و گاوها ۳ پا خواهند داشت، پس در نتیجه $54 = 30 - 84$ پا باقی می‌ماند. در مرحله‌ی بعدی یک پای دیگر هم از همه‌ی مرغها و گاوها قطع می‌کنیم که در نتیجه $24 = 54 - 30$ پا باقی می‌ماند. در این حالت دیگر مرغها پا ندارند؛ اما برای هر یک از گاوها ۲ پا باقی مانده است. پس تعداد گاوها ۱۲ تا و تعداد مرغها ۱۸ تا خواهد شد.

تعداد مرغها $30 - 12 = 18 \rightarrow$ تعداد گاوها $12 = 24 \div 2$ پای گاوها



۹ - یک ویروس رایانه‌ای حافظه‌ی رایانه‌ای را پاک می‌کند. این ویروس در روز اول نصف حافظه، در روز دوم ثلث حافظه باقی‌مانده و در روز سوم ربع حافظه‌ی باقی‌مانده (پس از دو روز) را پاک می‌کند. پس از سه روز چه کسری از حافظه اولیه هنوز پاک نشده است. (با رسم شکل)

حل:



۱۰ - $\frac{1}{5}$ باک یک اتومبیل بنزین دارد، در پمپ بنزین ۴۸ لیتر بنزین زده شد و باک کاملاً پُر شد گنجایش باک این ماشین چند لیتر است؟

حل:

$$\text{X} = \frac{\frac{12}{57} \times 5}{\frac{4}{1}} = 60$$

۱۱ - کسری مساوی $\frac{57}{133}$ بنویسید که مجموع صورت و مخرج آن 110 شود؟

حل:

$$\frac{4}{5} = \frac{48}{x} \quad \frac{57 \div 19}{133 \div 19} = \frac{3}{y} \rightarrow (3 + y = 10) \quad , \quad 110 \div 10 = 11 \rightarrow \frac{3 \times 11}{y \times 11} = \frac{33}{77}$$

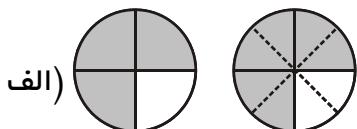


کار در منزل



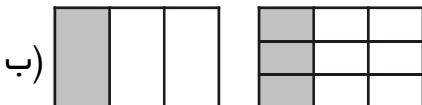
۱- سه کسر، مساوی با کسر رو به رو بنویسید.

$$\frac{13}{20} =$$



$$\dots\dots\dots\dots\dots = \dots\dots\dots\dots\dots$$

۲- برای هر جفت از شکل‌های زیر کسرهای مساوی بنویسید.



$$\dots\dots\dots\dots\dots = \dots\dots\dots\dots\dots$$

۳- سه کسر معادل $\frac{3}{8}$ را بنویسید.

$$\frac{75}{33} =$$

۴- کسر رو به رو را ساده کنید.

(الف)

$$\frac{4}{5} = \frac{\boxed{}}{\boxed{20}} = \frac{28}{\boxed{}}$$

(ب)

$$\frac{1}{3} = \frac{\boxed{}}{\boxed{18}} = \frac{36}{\boxed{}}$$

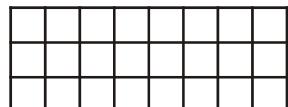
(پ)

$$\frac{56}{\boxed{}} = \frac{14}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{35} = 4$$

(ت)

$$\frac{\boxed{}}{5} = \frac{\boxed{}}{3} = 9$$

۵- در جاهای خالی عدد مناسب بگذارید تا تساوی بین کسرها برقرار شود.



۶- در صفحه‌ی شطرنجی زیر $\frac{1}{4}$ مریع‌های کوچک را سایه بزنید.

۷- ساده شده‌ی کسر $\frac{52}{78}$ را به دست آورید.

$$\frac{15 \times 21 \times 28}{49 \times 12} =$$

۸- حاصل عبارت رو برو را به دست آورید.



۹۱ - کسر $\frac{91}{126}$ را ساده کنید.

۱۰ - کسر رو به رو را تا حد امکان ساده کنید.

$$\frac{117 \times 119 \times 121}{187 \times 143 \times 126} =$$

۱۱ - در تساوی های زیر مقدار \square را به دست آورید.

(الف) $14 = \frac{14}{\square}$

(ب) $\frac{21}{\square} = \frac{14}{10}$

۱۲ - در تساوی زیر مقدار \square را محاسبه کنید.

$$\frac{\frac{1}{2}}{\square} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{1}}$$

۱۳ - مقدار \square را در تساوی های زیر به دست آورید.

(الف) $\frac{1}{4} = \frac{30 \times \square}{6}$

(ب) $\frac{\square + 3}{7} = \frac{35}{49}$

(پ) $\frac{10}{16} = \frac{15}{2 \times \square}$

۱۴ - مقدار \square را در تساوی زیر به دست آورید.

$$\frac{8 \times \square}{32} = \frac{1}{4}$$

۱۵ - علامت مناسب بگذارید. ($<$) $=$ $(=)$ $>$ \neq

(الف) $\frac{4}{7} \square \frac{5}{7}$

(پ) $\frac{4}{9} \square \frac{3}{8}$

(ب) $\frac{17}{51} \square \frac{1}{3}$

(ت) $\frac{8}{3} \square \frac{8}{5}$



۱۶ - از سه کسر زیر کدامیک از همه کوچکتر است؟

$$\frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}$$

۱۷ - کسرهای زیر را با هم مقایسه کنید و از کوچک به بزرگ بنویسید.

$$\frac{7}{12}, \frac{8}{30}, \frac{6}{10}$$

۱۸ - کسرهای را با یکدیگر مقایسه نموده و از کوچک به بزرگ مرتب نمایید.

$$\frac{7}{6} \square \frac{1}{2} \quad \frac{1}{10} \quad (\text{الف})$$

$$\frac{3}{5} \square \frac{6}{10} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{2}{1} \square \frac{5}{7} \quad (\text{پ})$$

۱۹ - علامت مناسب قرار دهید. ($>$ یا $<$ یا $=$)

$$\frac{1}{7} = \text{جزء صحیح} \rightarrow \frac{1}{2} \quad (\text{الف})$$

$$= \text{جزء کسری}$$

$$\frac{5}{4} = \text{جزء صحیح} \rightarrow \frac{8}{1} \quad (\text{ب})$$

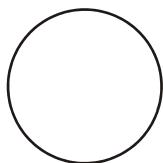
$$= \text{جزء کسری}$$

۲۰ - نیما هر سال در باغچه مستطیل شکل خانه خود سبزی می‌کارد. امسال او نصف باغچه را ریحان و از باقی‌مانده $\frac{2}{3}$ را تربیچه کاشته است. باقی‌مانده را هم دو قسمت کرده و یک قسمت را تره کاشته است. او چه کسری از باغچه را تره کاشته است؟ (رسم شکل)

۲۱ - $\frac{3}{5}$ گنجایش ظرفی ۱۲۰ سی سی است. $\frac{5}{3}$ گنجایش ظرف چه قدر است؟ (با رسم شکل)

۲۲ - حسین $\frac{1}{5}$ پول خود را دفتر خرید و با $\frac{5}{7}$ بقیه پولش تعدادی خودکار خرید و ۳۲۰ تومان برایش باقی

ماند. تمام پول او چه قدر است؟



۲۴- دایره‌ی زیر را با توجه به اطلاعات داده شده رنگ کنید.

$\frac{4}{6}$ دایره را قرمز کنید.

ب) ربع قسمت باقی‌مانده را نارنجی کنید.

پ) ثلث قسمت باقی‌مانده را سبز کنید.

ت) چه کسری از شکل هنوز رنگ نشده است؟

۲۵- در مدرسه‌ای، $\frac{3}{4}$ دانش‌آموزان به والیبال و $\frac{2}{3}$ بقیه‌ی آن‌ها به بسکتبال علاقه دارند. بقیه‌ی دانش‌آموزان

هم به سایر رشته‌های ورزشی علاقه‌مندند. چه کسری از دانش‌آموزان مدرسه به سایر رشته‌های ورزشی

علاقه‌مندند؟

۲۶- $\frac{1}{3}$ حجم استخری خالی است. اگر ۱۸ لیتر آب در این استخر باشد، حجم کل استخر چه قدر است؟ (با رسم

شکل)

۲۷- یک کشاورز، در روز اول نصف زمینش را شخم می‌زند و در روز دوم نصف قسمت باقی‌مانده را و در روز سوم هم نصف قسمت باقی‌مانده از دو روز قبلی را شخم می‌زند. اگر در پایان روز سوم ۵۰۰ متر مربع

زمینش شخم نخورده باشد، مساحت کل زمینش را به دست آورید. (با رسم شکل)

پیش‌تر بحاذیم:

۲۸- کسری مساوی $\frac{91}{156}$ بنویسید که مخرج آن 360 باشد؟

۲۹- کسری بین $\frac{1}{14}$ و $\frac{1}{15}$ بنویسید که مخرج آن 43 باشد؟

۳۰- سه کسر بین دو کسر $\frac{4}{5}$ و $\frac{3}{4}$ بنویسید.