مدار منطقی

مدار منطقی

فهرست مطالب

فصل اول: اعداد و کدگذاری ۱۱
تبدیل مبنای 10 به مبناهای دیگر 11
تبدیل اعداد دودویی به مبنای 8 (OCTAL) 12
تبدیل اعداد دودویی به مبنای 16 (HEX) 12
جمع در مبناهای مختلف 13
تفریق به کمک روش مکمل 2 15
تبدیل کد باینری به گری 17
تبدیل کد گری به باینری 17
تست‌های فصل اول 18
پاسخنامه فصل اول 19
فصل دوم: جبر بول – ساده‌سازی توابع – گیت‌های منطقی ۲۰
جبر بول 20
تقدم عملگر در جبر بول 20
گیت‌های منطقی 21
نکات مربوط به XOR و XNOR 25
جدول‌بندی (کونین – مک کلاسکی) 30
پیاده‌سازی بوسیله گیت‌های NAND و NOR 31
پیاده‌سازی به وسیله گیت NOR 31
جدول کارنو شطرنجی 32
تست‌های فصل دوم 33
پاسخنامه فصل دوم 42
فصل سوم: مدارات منطقی ترکیبی ۴۸
روش طراحی مدارهای ترکیبی 48
جمع‌کننده‌ها 48
تفریق‌کننده‌ها 49
تولید و چک توازن (PARITY) 50
هازادها در مدارهای ترکیبی 51
حذف هازاد منطقی مدارهای ترکیبی 51
جمع‌کننده دودویی موازی 52
جمع‌کننده و تفریق دودویی 52
مدار مقایسه‌گر 54
پیاده‌سازی توابع بول با استفاده از دیکدر 56
مدار رمزگذار (ENCODER) 58
مدار تسهیم‌کننده (MUX) 58
پیاده‌سازی توابع بول با MUX 60

مدار توزیع‌کننده (DMUX)..... 61
حافظه فقط خواندنی (READ ONLY MEMORY)..... 62
آرایه منطقی برنامه‌پذیر (PLA) 63
تست‌های فصل سوم 64
پاسخنامه فصل سوم 75
فصل چهارم: مدارات ترتیبی ۸۰
جدول تحریک فلیپ فلاپ SR..... 81
سمبل‌های گرافیکی برای فلیپ فلاپ‌ها..... 84
تحلیل مدارهای ترتیبی سنکرون..... 84
سیکل شمارش 85
طراحی مدارهای ترتیبی..... 85
مدل‌های میلی و مور..... 86
سازگارهای ماکزیمال 90
تست‌های فصل چهارم..... 92
پاسخ سوالات فصل چهارم..... 102
فصل پنجم: شمارنده‌ها و ثبات‌ها ۱۰۸
طراحی شمارنده‌ها..... 108
ثبات‌ها 109
شیفت رجیسترها 110
شمارنده حلقوی..... 110
تست‌های فصل پنجم..... 111
پاسخنامه فصل پنجم..... 113

بسمعه تعالی

مقدمه مولف

درس مدار منطقی (دیجیتال) از جمله دروسی می باشد که در حال حاضر جزء سر فصل های طراح سوال در آزمون های کارشناسی ارشد مهندسی کامپیوتر و مکاترونیک می باشد . این کتاب در 5 فصل تنظیم شده است و در پایان هر فصل تستهای مربوطه از کنکور های مختلف گردآوری شده و به آنها پاسخ تشریحی داده شده است . فصل اول اختصاص به نمایش اعداد و کد گذاری دارد، در فصل دوم جبر بولی ،ساده سازی توابع و گیت های منطقی بررسی می شوند، در فصل سوم مدارات مجتمع ترکیبی بررسی می شوند . در فصل چهارم مدارات ترتیبی بررسی می شوند، و فصل پنجم شمارنده ها و ثبات ها بررسی می شوند .

علی کوپایی

فصل اول: اعداد و کدگذاری

زبان یک سیستم دیجیتال مجموعه‌ای از صفر و یک ها است که همان اعداد در مبنای دو هستند. بنابراین بطورکلی با مبناهای مختلف سر و کار داریم که هم‌خانواده مبنای دو هستند.

تذکر ۱: بطورکلی مبنای **r**، محدوده موردنظر $0 \le r \le r-1$ است.

مثال: مبنای 10 محدوده ارقام $0 \le 10 \le 9$

$$35 \mid 2 \quad 34 \quad 17 \mid 2 \quad 1 \quad 16 \quad 8 \mid 2 \quad 1 \quad 8 \quad 4 \mid 2 \quad 0 \quad 4 \quad 2 \mid 2 \quad 0 \quad 2 \quad 1 \quad 0$$

$$\Rightarrow (35)_{10} = (100011)_2$$

تبدیل مبنای 10 به مبناهای دیگر

برای تبدیل مبنای 10 به مبنای دیگر از روش تقسیم متوالی استفاده کرده، خارج قسمت از سمت راست به چپ می‌نویسیم. (برای قسمت اعشار آن را در مبنای موردنظر ضرب می‌کنیم تا به خارج‌قسمت صحیح برسیم).

مثال: عدد $(35)_{10}$ را به مبنای ۲ تبدیل کنید:

$$\Rightarrow (35)_{10} = (100011)_2$$

تبدیل مبناهای دیگر به مبنای 10

برای تبدیل مبنای **r** به مبنای 10 بدین صورت عمل می‌کنیم:

$$\begin{array}{ccccc} 2 & 1 & 0 & -1 & -2 \\ r & r & r & r & r \\ (b & b & b & b & b)_r \end{array}$$

$$b \times r^2 + b \times r^1 + b \times r^0 + b \times r^{-1} + b \times r^{-2}$$

مثال: مبنای ۱۰ عدد $(224)_5$ کدام است؟

$$\begin{array}{ccc} 2 & 1 & 0 \\ 5 & 5 & 5 \\ (2 & 2 & 4)_5 \end{array}$$

$$(224)_5 = 2 \times 5^2 + 2 \times 5^1 + 4 \times 5^0 = 64$$

مثال: در رابطه $(126)_{12} = (?)_9$ به جای علامت سوال کدام عدد قرار گیرد تا تساوی برقرار باشد؟

حل: ابتدا باید عدد را به مبنای ده سپس به مبنای 9 ببریم.

$$\begin{array}{ccc} 2 & 1 & 0 \\ 12 & 12 & 12 \\ (1 & 2 & 6)_{12} \end{array}$$

$$(126)_{12} = 1 \times 12^2 + 2 \times 12^1 + 6 \times 12^0 = (174)_{10}$$

$$(174)_{10} = (?)_9$$

$$174 \mid 9 \quad 171 \quad 19 \mid 9 \quad 3 \quad 18 \quad 2 \quad 1 \quad \Rightarrow (213)_9$$

تبدیل اعداد دودویی به مبنای 8 (octal)

برای تبدیل اعداد دو دویی به مبنای 8، ارقام عدد دودویی را سه رقم، سه رقم جدا می‌نماییم (چه صحیح، چه اعشار)

عدد دودویی	معادل مبنای 8
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

مثال: معادل مبنای ۸ عدد زیر را بنویسید.

$a = (0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ .\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1)_2$

حل: دسته‌بندی ارقام به شکل 3 تایی:

$a = \underset{2}{0\ 1\ 0}\ \underset{5}{1\ 0\ 1}\ .\ \underset{3}{0\ 1\ 1}\ \underset{2}{0\ 1}$

$a = (25.32)$

تذکر ۲: برای تبدیل عدد ممیزی مبنای دودویی به 8 قسمت صحیح از راست به چپ 3 بیت 3 بیت جدا مـی‌شـود ولـی قسمت اعشار باینری از چپ به راست 3 بیت 3 بیت جدا می‌شود.

تبدیل اعداد دودویی به مبنای 16 (Hex)

برای تبدیل اعداد دودویی به مبنای 16، ارقام عدد دودویی را 4 رقم، 4 رقم جدا می‌کنیم (چه صحیح – اعشاری)

عدد دودویی	معادل مبنای 16
0000	0
0001	1
0100	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

مثال: معادل دودویی 16 عدد زیر را بدست آورید؟

حل: دسته‌بندی ارقام به شکل 4 تایی:

a = (1 1 o o o 1 1 o . o 1 1 1)

a = (1 1 o o o 1 1 o . o 1 1 1)

C 6 7

a = (C 6 . 7)

تبدیل مبنای ۸ به ۱۶:

ابتدا عدد را از مبنای 8 به مبنای 2 برده و سپس از 2 به 16 می‌بریم.

مثال: عدد $(1257)_8$ در مبنای ۱۶ کدام است؟

$(1257)_8 = (?)_{16}$

(1 2 5 7)

↓ ↓]]

421 421 421 421 842 184 218 421

(o o 1 o 1 o 1 o 1 1 1) → (o o 1 o 1 o 1 o 1 1 1) ⇒ $(2AF)_{16}$

E55F E55F E55F

2 A F

تبدیل مبنای ۱۶ به ۸:

ابتدا عدد را از مبنای 16 به مبنای 2 برده و سپس از 2 به 8 می‌بریم.

مثال: عدد را از مبنای 16 به مبنای 2 برده و سپس از 2 به 8 می‌بریم.

مثال: عدد ۳CBF در مبنای ۱۶ معادل چه عددی در مبنای ۸ است؟

$(3CBF)_{16} = (?)_8$

(3 C B F)$_{16}$

↓ ↓]]

8421 8421 8421 8421

(o o 11 11 o o 1 o 11 1111) → (o o 11 11 o o 1 o 11 1111) ⇒ $(36277)_8$

E5F E5F E5F E5F E5F

3 6 2 7 7

جمع در مبناهای مختلف

در مبنای دو حاصل جمع محدوده موردنظر 1 > 2 > o است اگر از این محدوده بگذرد به رقم بعدی انتقال پیدا می‌کند.

مثال: حاصل جمع دو عدد روبرو کدام است؟

(1) 1 o o 1 1 o 1 1

\+ 1 1 o o o 1 o o

1 o 1 o 1 1 1 1

حاصل جمع در مبنای ۸:

در جمع مبنای 8 از عدد حاصل جمع آن را از 7 بیشتر شده، از عدد 8 کم می‌شود.

مثال: حاصل عبارت $(3260)_8 + (742)_8 = (?)_8$ کدام است؟

1 1

3 2 6 o 10 − 8 = 2

\+ 7 4 2 10 − 8 = 2

4 2 2 2

حاصل جمع در مبنای ۱۶:

در مبنای 16 از عدد حاصل جمع آن از 15 بیشتر شد، از عدد 16 کم می‌شود.

مثال: حاصل جمع دو عدد هگزا دسیمال ۱ o ۲ C A و o A ۳ D ۱ کدام است؟

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1\,D\,3\,A\,\mathbf{o} \\ +\,A\,C\,2\,\mathbf{o}\,1 \\ \hline C\,9\,5\,A\,1 \end{array} \qquad 25-16=9$$

اعداد علامت‌دار

اعداد علامت دار، اعدادی هستند که اعداد منفی و مثبت را نمایش می‌دهند برای تشخیص عدد مثبت یا منفی در سیستم دیجیتال بیت علامت (سمت چپ‌ترین بیت) بیانگر مطلب است.

اگر بیت علامت عدد صفر، عدد مثبت، اگر بیت علامت عدد یک، عدد منفی است.

3 روش برای نمایش اعداد علامت‌دار وجود دارد:

۱- روش علامت مقدار

در این روش بیت سمت چپ عدد نشان دهنده، علامت است و هیچ ارزش دیگری ندارد. این بیت اگر 1 باشد عدد منفی است و اگر صفر باشد عدد مثبت است.

برای $n=4$ اعداد $+5$ و -5 بصورت زیر نمایش داده می‌شوند.

$$5=\mathbf{o}1\mathbf{o}1$$
$$-5=11\mathbf{o}1$$

تذکر: محدود اعداد قابل نمایش:

$$-(2^{n-1}-1)\le N\le 2^{n-1}-1$$

به عنوان مثال برای اعداد 4 بیتی بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین به ترتیب 7+ و 7- است.

۲- روش مکمل ۱

برای بدست آوردن مکمل 1 تمام صفرها را به یک، یک‌ها را به صفر تبدیل می‌کنیم.

$$11\mathbf{o}11\rightarrow \mathbf{oo}1\mathbf{oo}$$

- روش مکمل:

زمانی که در مبنای 10 باشیم کافی است از همه اعداد 9 واحد کم کنیم.

$$(32/76)_{10}\xrightarrow{\text{مکمل}}9999-32/76=67/23$$

تذکر ۴: به طورکلی در مبنای 10، مکمل r- 1 همه را از (r- 1) کم می‌کنیم.

- روش مکمل 10

برای مکمل 10، ابتدا اولین رقم غیرصفر از سمت راست را از 10 و بقیه از 9 کم می‌کنیم.

$$(35)_{10}\xrightarrow{10\ \text{مکمل}}(65)_{10}$$

تذکر ۵: محدوده اعداد قابل نمایش: $-(2^{n-1}-1) \le N \le 2^{n-1}-1$

۳- روش مکمل ۲

برای بدست آوردن مکمل 2، از سمت راست حرکت کرده اولین بیت یک را نوشته و بقیه را معکوس می‌کنیم.

$11\mathbf{o}1\mathbf{o} \rightarrow \mathbf{o}\,\mathbf{o}11\mathbf{o}$

تذکر ۶: محدوده اعداد قابل نمایش

$-2^{n-1} \le N \le 2^{n-1}-1$

تفریق به کمک روش مکمل 2

برای انجام عمل تفریق، عدد اول را با قرینه عدد دوم جمع می‌کنیم اگر رقم نقلی تولید شد صرفنظر می‌کنیم.

$A - B = A + (-B)$

مثال: حاصل تفریق دو عدد باینری $11\mathbf{o}\mathbf{o}\mathbf{o}\mathbf{o}$ و $1\mathbf{o}\mathbf{o}$ کدام است؟

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1\,1\,1\,\mathbf{o}\,\mathbf{o}\,\mathbf{o}\,\mathbf{o} \\ +\;\;1\,1\,1\,1\,\mathbf{o}\,\mathbf{o} \\ \hline 1\,\mathbf{o}\,1\,1\,\mathbf{o}\,\mathbf{o} \end{array}$$

حذف ← (1)

کدهای باینری: در این قسمت کدهایی در مدار منطقی استفاده می‌شود بررسی می‌کنیم.

۱- کد NBCD

اگر وزن یک کد BCD از ترکیبات 4 بیتی (8421) پیروی کند NBCD نام دارند.

ارقام دهدهی	وزن کد NBCD 8421	وزن کد BCD 8421
o	**oooo**	**oooo**
1	**ooo**1	**ooo**1
2	**oo**1**o**	**oo**1**o**
3	**oo**11	**oo**11
4	**o**1**oo**	**o**11**o**
5	**o**1**o**1	1**oo**1
6	**o**11**o**	11**oo**
7	**o**111	11**o**1
8	1**ooo**	111**o**
9	1**oo**1	1111

تذکر ۷: از کدهای 9 تا 15 بلا استفاده است.

۲- کد مازاد ۳-

کد مازاد 3، کد بدون وزن است به هر رقم 3NBCD واحد اضافه، معادل کد آن را نمایش می‌دهیم.

ارقام دهدهی	کد مازاد 3

و گاهی در انجام محاسبات برای نمایش اعداد منفی است متمم

نسبت به 9 یک عدد را بدست می‌آوریم. برای مثال در کدهای NBCD متمم نسبت به 9 یک عدد به صورت زیر است:

$643 \rightarrow$ **o11o o1oo oo11**

$356 \rightarrow$ **oo11 o1o1 o11o** متمم نسبت به 9

o	**oo11**
1	**o1oo**
2	**o1o1**
3	**o11o**
4	**o111**
5	**1ooo**
6	**1oo1**
7	**1o1o**
8	**1o11**
9	**11oo**

در صورتی که نمایش ارقام به روش مازاد – 3 استفاده کنیم متمم نسبت به 9 همان عدد به صورت زیر است:

$643 \rightarrow$ **1oo1 o111 o11o**

$356 \rightarrow$ **o11o 1ooo 1oo1** متمم نسبت به 9

مطابق ارقام باینری بدست آمده در بالا برای متمم نسبت به 9 در روش مازاد 3 کافی است تمام یک‌ها را به صفر و صفرها را به یک تبدیل کنیم. این خاصیت برای روش مازاد 3 را خاصیت خود متممی می‌نامند.

تذکر ۸: کدهای 4221 و 2421 کدهای وزن‌دار و خود مکمل هستند.

3- کد بدون وزن گری (Gray): این کد بدون وزن، هر بیت با بیت قبلی فقط در یک بیت اختلاف دارند. به این ترتیب اگر یک کد بخواهیم به کد متوالی قبلی و بعدی آن برویم باید فقط یک بیت تغییر کند.

ارقام دهدهی	کد باینری	کد گری
0	**0000**	**0000**
1	**000**1	**000**1
2	**00**1**0**	**00**11
3	**00**11	**00**1**0**
4	**0**1**00**	**0**11**0**
5	**0**1**0**1	**0**111
6	**0**11**0**	**0**1**0**1
7	**0**111	**0**1**00**
8	1**000**	11**00**
9	1**00**1	11**0**1

جدول کد گری – باینری

تبدیل کد باینری به گری

از سمت راست حرکت کرده، دو به دو بیت‌ها را XOR کرده وآن را در پایین می‌نویسیم

0 0 1 0
0 0 1 1

و بیت آخر چه صفر یا یک عیناً نوشته می‌شود.

تبدیل کد گری به باینری

از سمت چپ حرکت کرده، بیت آخر را پایین انداخته، سپس آنرا با بیت مجاور بالایی XOR می‌کنیم. تا آخرین بیت

0 0 1 1
↓ **Z Z Z**
0 0 1 **0**

تست‌های فصل اول

تست ۱: اعداد $111ooo1o\ 1o1o11o1$, به صورت مکمل ۲ نمایش داده شده‌اند. حاصل جمع این دو عدد با یک جمع کننده مکمل دو کدام یک از گزینه‌های زیر خواهد بود؟

1) -15 2) -113 3) +143 4) +399

تست ۲: کدام جمله در رابطه جمع هشت بیت 2scomplement زیر درست است؟

$$\begin{array}{r} 1o11o11o \\ +11o11ooo1 \\ \hline 11ooo1111 \end{array}$$

1) 1 سمت چپ حذف می‌شود و حاصل درست است.

2) 1 سمت چپ over flow است و حاصل غلط است.

3) 1 سمت چپ نشانگر علامت حاصل است.

4) حاصل را با بیت 1 سمت چپ جمع کرد.

تست ۳: ارزش معادل کدام گزینه صحیح است؟

	Hexa decimal	Decimal	octal	Binary
1)	ID/FD	22/99	35/77	$111o1/111111o1$
2)	ID/FD	29/99	35/67	$111o1/111111o1$
3)	ID/FD	29/89	35/67	$111o1/111111o1$
4)	ID/FD	29/89	35/67	$111o1/111111o1$

پاسخنامه فصل اول

(2) -1

$$\begin{array}{r} 11 \\ 1\mathbf{o}1\mathbf{o}11\mathbf{o}1 \\ +111\mathbf{o}\mathbf{o}\mathbf{o}1\mathbf{o} \\ \hline 1\mathbf{o}\mathbf{o}\mathbf{o}111 \end{array} \qquad = -128+5+4+2+1=-113$$

صرف‌نظر $C=1$

(1) -2

(1) -3

$$(111\mathbf{o}1/111111\mathbf{o}1)_2=(35/772)_8=(29/99)_{10}=(1D/FD)_{16}$$

فصل دوم: جبر بول – ساده‌سازی توابع – گیت‌های منطقی

جبر بول

جبر بول، که مجموعه عناصر آن از دو عنصر $B=\{0,1\}$ تشکیل شده است. علاوه بر آن، جبر بول دارای عملگرهای OR(+) ، AND (.) و عمل (Not) تشکیل شده است.

x	y	x.y	x + y	x′
0	**0**	**0**	**0**	1
0	1	**0**	1	1
1	**0**	**0**	1	**0**
1	1	1	1	**0**

- عملگرهای اصلی در جبر بول

اصل دوگانگی: هر عبارت جبری باز هم اعتبار دارد، اگر دوگان آن را بدست آوریم باز هم اعتبار داشته باشد. یعنی با تبدیل عملگر (+) به عملگر (.) یا تبدیل عملگر (.) به عملگر (+) و تعویض متن عضو خنثی **0** به 1 یا 1 به **0** رابطه جبری برقرار است.

دوگان

$f = a + b \Rightarrow F = ab$

oR	And
$x + 0 = x$	$x.1 = x$
$x + \bar{x} = 1$	$x.\bar{x} = 0$
$x + y = y + x$	$x.y = y.x$
$x(y + z) = xy + xz$	$x + yz = (x + y)(x + z)$
$(x + y)' = x'.y'$	$x(x + y) = x$
$(x')' = x$	$\bar{\bar{x}} = x$
$x + (xy) = x$ (جذب)	$x(x + y) = x$
$x + (\bar{x}y) = x + y$ (شبه جذب)	$x.(\bar{x} + y) = xy$
$\overline{(x + y)} = x'.y'$ (دمورگان)	$\overline{(xy)} = x' + y'$

تذکر ۱: با n متغیر، 2^{2^n} توابع بولی وجود دارد.

تقدم عملگر در جبر بول

1- عبارت داخل پرانتز 2- عملگر مکمل 3- عملگر (.) 4- عملگر (+)

توابع مکمل:

هر تابعی مانند F دارای یک تابع مکمل به نام F' می‌باشد که با همان مقادیر متغیرهای موجود در تابع F بدست آمده برای تابع F' مخالف مقدار F شود.

برای بدست آوردن مکمل، تمام متغیرهای دودویی به مکملشان تبدیل می‌شوند.

$F = x + y + z \xrightarrow{\text{مکمل}} F' = x'y'z'$

جدول درستی (حقیقت) تابع F و F' به صورت زیر است:

تذکر ۲: به ازای n متغیر دودویی در یک تابع جدول درستی دارای 2^n سطر می‌باشد.

x	y	z	F	F ′
0	**0**	**0**	**0**	1
0	**0**	1	1	**0**
0	1	**0**	1	**0**
0	1	1	1	**0**
1	**0**	**0**	1	**0**
1	**0**	1	1	**0**
1	1	**0**	1	**0**
1	1	1	1	**0**

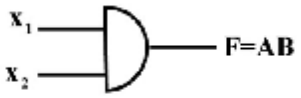
گیت‌های منطقی

هر گیت منطقی دارای یک یا چند ورودی است و خروجی آن گیت براساس تعریفی کـه بـرای وظیفـه آن گیـت در نظـر گرفته شده نیز براساس ورودی‌های دریافتی در همان لحظه، تعیین می‌شود.

۱- بررسی And

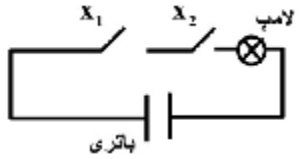
حداقل دارای دو ورودی مختلف و یک خروجی دارد. اگر دو ورودی آن را با x_1 و x_2 و خروجی آن را با F مشخص کنـیم عملکرد گیت And مطابق جدول زیر است:

x_1	x_2	F
0	**0**	**0**
0	1	**0**
1	**0**	**0**
1	1	1



تابع F وقتی یک است که تمام متغیرهای ورودی هر دو یک باشد.

مطابق جدول خروجی عملکرد این گیت منطقی معادل یک اتصال سری در جبر کلیدی است.

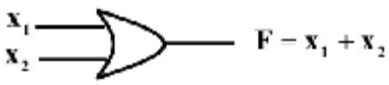


تذکر ۳: این گیت می‌تواند بیش از دو ورودی داشته باشد.

۲- گیت oR

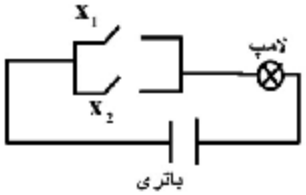
حداقل دارای دو ورودی مختلف و یک خروجی دارد. اگر دو ورودی آن را با x_1 وx_2 و خروجی آن را بـا F مشـخص کنـیم عملکرد oR مطابق جدول زیر است:

x_1	x_2	F
0	**0**	**0**
0	1	1
1	**0**	1
1	1	1



تابع F وقتی صفر است که هر دو ورودی صفر باشد.

مطابق جدول خروجی عملکرد این گیت منطقی معادل یک اتصال موازی در جبر کلیدی است.

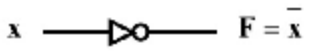


تذکر ۴: این گیت می‌تواند بیش از دو ورودی داشته باشد.

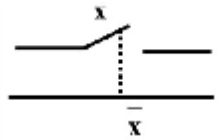
۳- گیت NOT

این گیت فقط یک ورودی و یک خروجی دارد. اگر تنها ورودی آن را با x و خروجی آن را با F نشان دهیم عملکرد مدار به شکل زیر است:

x	F
0	1
1	**0**



یعنی صفرها را به یک، یک‌ها را به صفر تبدیل می‌کند.



تذکر ۵: اساس تمام مدارهای منطقی گیت And، OR و NOT است.

تذکر ۶: گیت‌های And و NOT کامل قوی هستند چون می‌توان OR را ساخت.

$\overline{A'B'} = A + B$

تذکر ۷: گیت های OR و NOT کامل قوی هستند چون می‌توان And را ساخت.

اثبات: $\overline{A' + B'} = AB$

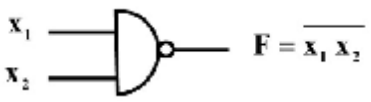
۴- گیت NAND

این گیت درواقع ترکیبی از گیت‌های NOT و AND است.

حداقل شامل دو ورودی مختلف و یک خروجی است.

x_1	x_2	F
0	**0**	1
0	1	1
1	**0**	1
1	1	**0**

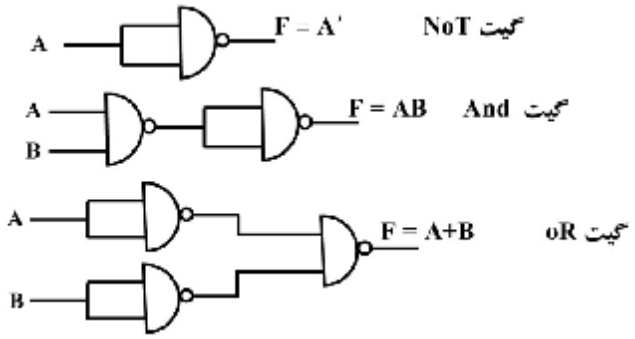
$F = \overline{x_1 x_2}$



تذکر ۸: این مدار برعکس گیت And عمل می‌کند.

تذکر ۹: برای این گیت می‌توان بیش از دو ورودی در نظر گرفت.

ساخت گیت And و OR و NOT به کمک NAND

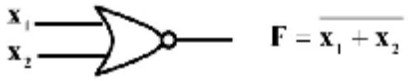


تذکر ۱۰: چون به خاطر این که گیت های And و oR و NoT ساخته‌ایم، گیت NAND گیت کامل است.

۵- گیت NoT

این گیت درواقع ترکیبی از گیت‌های NoT و oR است. حداقل شامل دو ورودی مختلف و یک خروجی است.

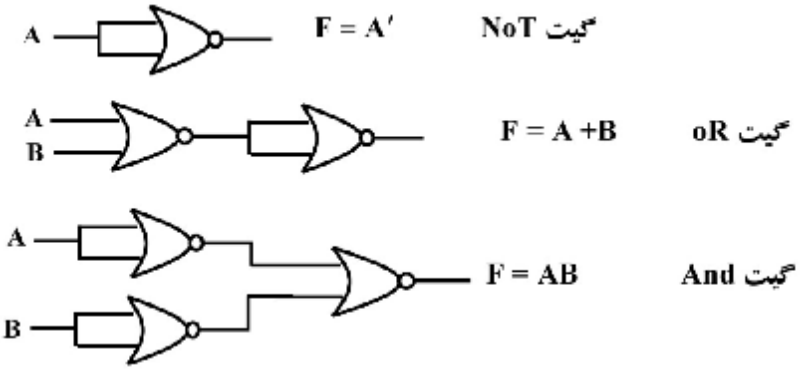
x_1	x_2	F
0	**0**	1
0	1	**0**
1	**0**	**0**
1	1	**0**



تذکر ۱۱: این گیت برعکس گیت oR عمل می‌کند.

تذکر ۱۲: برای این گیت می‌توان بیش از دو ورودی در نظر گرفت.

- ساخت گیت And و oR و NoT به کمک NoR



تذکر ۱۳: چون به خاطر این که گیت‌های And و oR و NoT ساخته‌ایم، گیت NoR، گیت کامل است.

۶- گیت XoR

حداقل شامل دو ورودی مختلف و یک خروجی است.

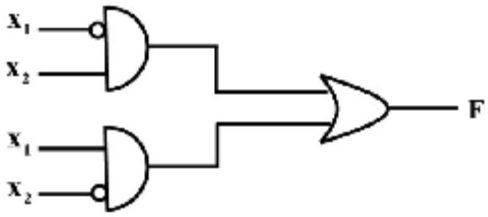
x_1	x_2	F
0	**0**	**0**
0	1	1
1	**0**	1
1	1	**0**

$$F = x_1\overline{x}_2 + \overline{x}_1 + x_2 = x_1 \oplus x_2$$

تذکر ۱۴: در صورتی که تعداد یک‌های ورودی زوج باشد آنگاه خروجی صفر است و اگر تعداد یک‌های ورودی فرد باشد خروجی یک است.

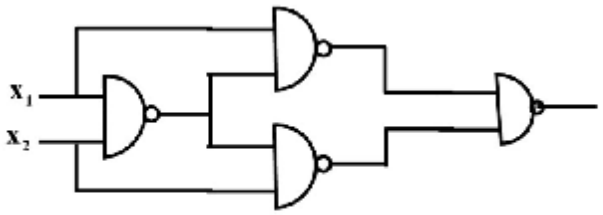
تذکر ۱۵: برای این گیت می‌توان بیش از دو ورودی در نظر گرفت.

$F = \bar{x}_1 x_2 + x_1 \bar{x}_2$



تذکر ۱۶: به خاطر سادگی پیاده‌سازی به جای مدار فوق، از مدار شکل زیر استفاده می‌شود.

$F = x_1 \oplus x_2$



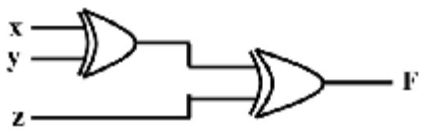
$F = x_1 \oplus x_2$

پیاده سازی XoR با ۴ گیت NANd

- پیاده‌سازی XOR ۳ ورودی:

تابع XOR یک تابع فرد است، هر وقت تعداد یک‌ها فرد باشد خروجی یک است.

x	y	z	F
0	**0**	**0**	**0**
0	**0**	1	1
0	1	**0**	1
0	1	1	**0**
1	**0**	**0**	1
1	**0**	1	**0**
1	1	**0**	**0**
1	1	1	1



$F = x'y'z_1 + x'y_1z' + x_1y'z' + x_1y_1z_1 = x \oplus y \oplus z$

۷- گیت XNoR

این گیت درواقع ترکیبی از گیت‌های NoT و XoR است.

حداقل شامل دو ورودی مختلف و یک خروجی است.

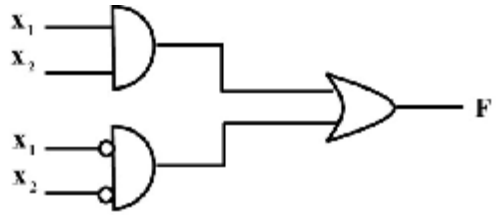
x_1	x_2	F
0	**0**	1
0	1	**0**
1	**0**	**0**
1	1	1

$$F = x_1x_2 + x_1' + x_2' = \overline{x_1 \oplus x_2}$$

تذکر ۱۷: در صورتی که هر دو ورودی یکسان باشد یعنی هر دو صفر با هر دو یک باشد، خروجی یک می‌شود.

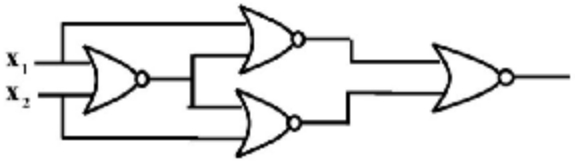
تذکر ۱۸: برای این گیت می‌توان بیش از دو ورودی در نظر گرفت.

$$F = x_1x_2 + \overline{x}_1 + \overline{x}_2$$



تذکر ۱۹: به خاطر سادگی پیاده‌سازی به جای مدار فوق، از مدار شکل زیر استفاده می‌شود.

$F = \overline{x_1 \oplus x_2}$ یا x_1 **e** x_2



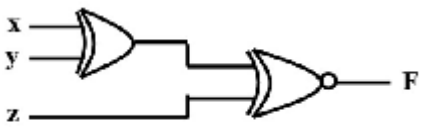
$\mathbf{F = \overline{x_1 \oplus x_2}}$ یا $\mathbf{x_1 \odot x_2}$

- پیاده‌سازی XNoR با ۴ گیت NoR

- پیاده‌سازی XNoR ۳ ورودی

تابع XNoR یک تابع زوج است. هر وقت تعداد یک‌ها زوج باشد خروجی یک است.

x	y	z	F
0	**0**	**0**	1
0	**0**	1	**0**
0	1	**0**	**0**
0	1	1	1
1	**0**	**0**	**0**
1	**0**	1	1
1	1	**0**	1
1	1	1	**0**



$$F = x'y'z' + x'yz + xy'z + xyz' = \overline{x \oplus y \oplus z}$$

نکات مربوط به XoR و XNoR

XoR	XNoR
$x \oplus 1 = x'$	$\overline{x \oplus 1} = x$
$x \oplus \mathbf{0} = x$	$\overline{x \oplus \mathbf{0}} = x'$
$x \oplus x = \mathbf{0}$	$\overline{x \oplus x} = 1$
$x \oplus \overline{x} = 1$	$\overline{x \oplus \overline{x}} = \mathbf{0}$
$(x \oplus y) \oplus z = x \oplus y \oplus z = (x \oplus y) \oplus z$	$\overline{(x \oplus y) \oplus z} = \overline{x \oplus (y \oplus z)} = \overline{x \oplus y \oplus z}$

تذکر ۲۰: عبارت روبرو معادل هم هستند: $x' \oplus y = x \oplus y' = \overline{x \oplus y}$

8- بافر 3 حالته به شکل روبرو است:

C ورودی کنترل، A ورودی y خروجی است.

جدول درستی بافر 3 حالته به شکل روبرو است:

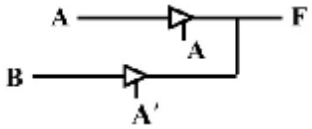
یعنی اگر $C = 0$ خروجی بافر امپدانس بالا است و اگر $C = 1$

C	y
0	Hz
1	A

باشد آنگاه خروجی با ورودی مساوی است. $y = A$

تذکر ۲۱: اتصال خروجی‌های بافر مانند گیت OR عمل می‌کند.

مثال: خروجی مدار مقابل را بیابید.



$F = A + A'B = A + B$

- حالات متعارف و استاندارد [مینترم‌ها و ماکسترم‌ها]

مینترم: n متغیر می‌توان با هم در یک جمله And شده، هر یک می‌توانند با پریم یا بدون پریم باشند، 2^n ترکیب را ایجاد می‌نماید که هر یک از آن‌ها مینترم نامیده می‌شوند. sop (جمع حاصلضرب‌ها)

ماکسترم: n متغیر در یک جمله OR، که هر یک می‌توانند با پریم یا بدون پریم باشند، 2^n ترکیب ممکن را ایجاد می‌نمایند که هر یک از آنها ماکسترم نامیده می‌شود. pos (ضرب حاصلجمع‌ها)

			مینترم‌ها		ماکسترم‌ها	
x	y	z	جمله	علامت	جمع	علامت
0	0	0	$x'y'z'$	m_0	$x+y+z$	M_0
0	0	1	$x'y'z$	m_1	$x+y+z'$	M_1
0	1	0	$x'yz'$	m_2	$x+y'+z$	M_2
0	1	1	$x'yz$	m_3	$x+y'+z'$	M_3
1	0	0	$xy'z'$	m_4	$x'+y+z$	M_4
1	0	1	$xy'z$	m_5	$x'+y+z'$	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	$x'+y'+z$	M_6
1	1	1	xyz	m_7	$x'+y'+z'$	M_7

جدول مینترم‌ها و ماکسترم‌ها برای سه متغیر دودویی

مثال: تابع $F = A + B'C$ را به صورت مجموع مینترم نشان دهید.

حل: تابع دارای سه متغیر A و B و C می‌باشد. در اولین جمله دو متغیر وجود ندارد، بنابراین:

$F = ABC + ABC' + AB'C + AB'C'$

جمله دوم $B'C$ یک متغیر کم دارد. $F = AB'C + A'B'C'$

$F = A'B'C + AB'C' + AB'C + ABC' + ABC$

$$F(A,B,C)=\sum m(1,4,5,6,7)$$

تذکر ۲۲: سمبل Σ برای مینترم کاربرد دارد.

مثال: تابع $F=(x+y)(x+z)$ را به فرم حاصل ضرب ماکسترم بنویسید؟

حل: تابع دارای 3 متغیر z و y و z است در جمله اول z وجود ندارد.

$$F=(x+y+z)(x+y+z')$$

در جمله دوم y وجود ندارد.

$$F=(x+y+z)(x+y'+z)$$

$$F=(x+y+z)(x+y+z')(x+y'+z)$$

$$F=\Pi(0,1,2)$$

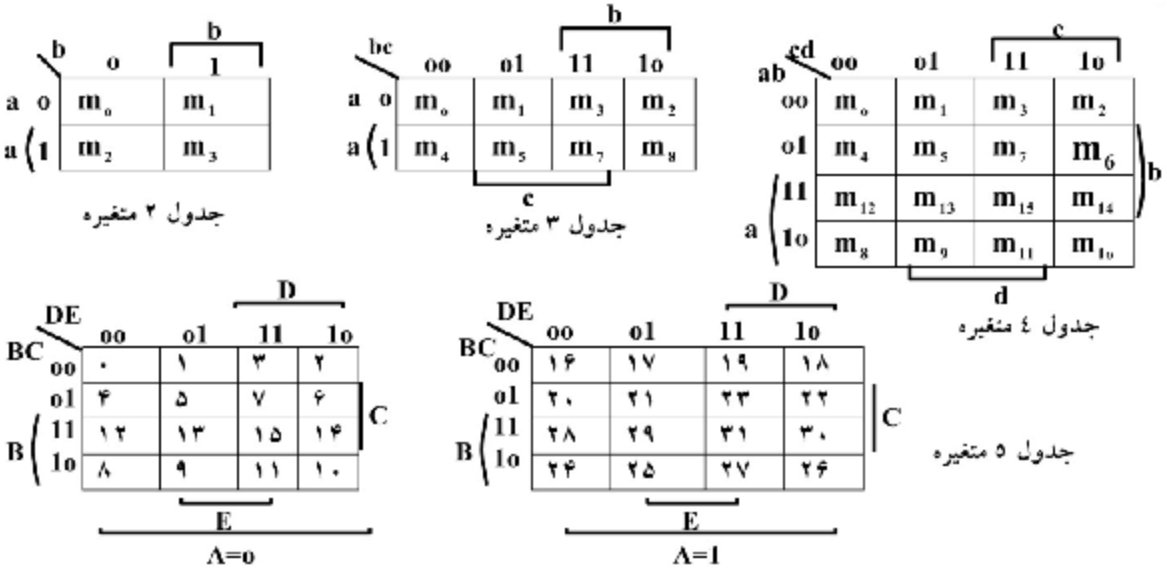
تذکر ۲۳: سمبل Π برای ماکسترم کاربر دارد.

ساده‌سازی توابع بولی
- 1- جدول کارنو
- 2- جدول‌بندی (کوئین – مک کلاسکی)

۱- جدول کارنو

برای ساده‌سازی از یک جدول دو بعدی استفاده می‌کنیم. مقادیر دودویی که به ترتیب به سطرهای جدول اختصاص داده می‌شود فقط در یک بیت اختلاف دارند.

- پر کردن جدول کارنو دو، سه، چهار و پنج متغیره

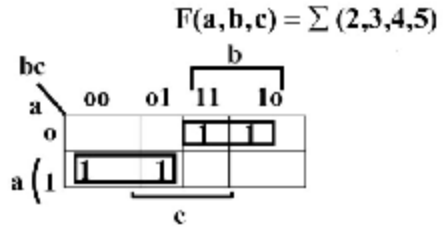


تذکر ۲۴: برای ساده‌سازی جدول کارنو، مینترم تابع را در جدول یک قرار می‌دهیم یک‌ها کنار هم برای ساده‌سازی انتخاب می‌کنیم. (مقدار یک‌ها هر دسته توانی از 2^n استفاده می‌کنیم). برای ماکسترم تابع را در جدول، صفر قرار می‌دهیم.

مثال: توابع بول زیر را ساده کنید.

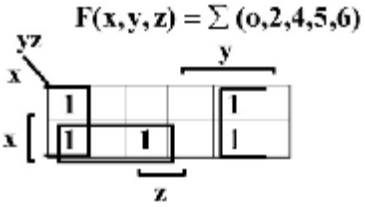
$F(a,b,c) = \sum(2,3,4,5)$

حل: ابتدا در خانه‌هایی که مینترم آن در تابع وجود دارند 1 می‌گذاریم:



$F = a'b + ab' = a \oplus b$

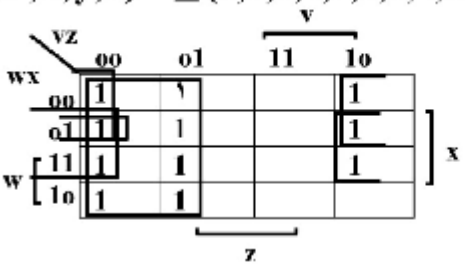
مثال: تابع بول زیر را ساده کنید.



$F = z' + xy'$

مثال: تابع بول زیر را ساده کنید:

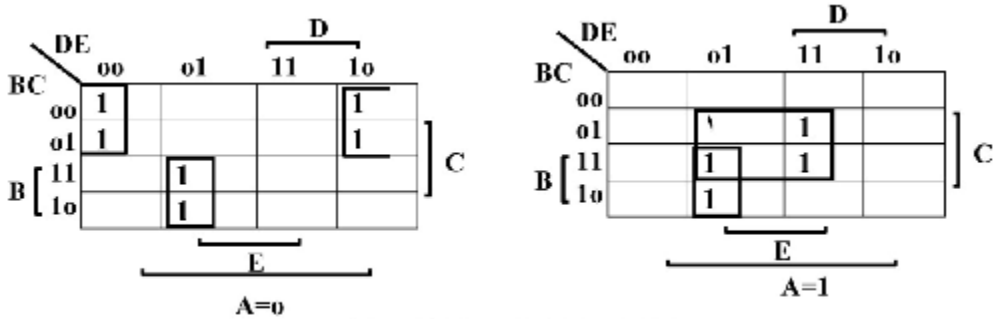
$F = (w,x,y,z) = \sum(0,1,2,4,5,6,8,9,12,13,14)$



$F = y' - w'z' + xz'$

مثال: تابع بول زیر را ساده کنید؟

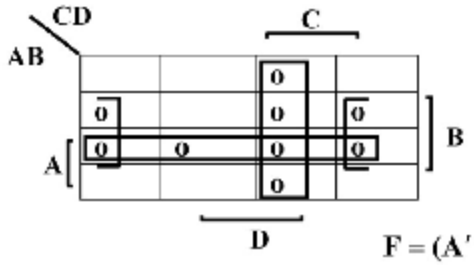
$F = (A,B,C,D) = \sum(0,2,4,6,13,21,23,25,29,31)$



$F = A'B'E' + BD'E + ACE$

مثال: تابع بولی زیر را برحسب ضرب حاصل جمع‌ها ساده کنید:

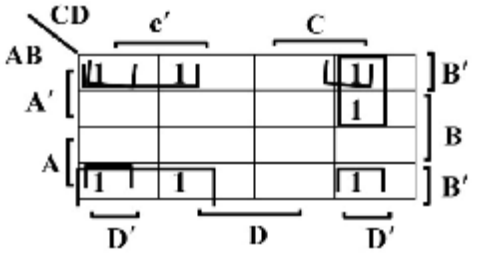
$$F = (A,B,C,D) = \prod(0,1,2,5,8,9,10)$$



$$F = (A' + B')(C' + D')(B' + D)$$

مثال: تابع بولی زیر را ساده کنید.

$$F = A'B'C' + B'CD' + A'BCD' + AB'C'$$



$$F = B'D' + B'C' + A'CD'$$

انتخاب نخستین:

هنگام انتخاب مربع‌های مجاور در نقشه، ما باید مطمئن باشیم که تمام مینترم‌های تابع ضمن ترکیب پوشش داده شده‌اند.

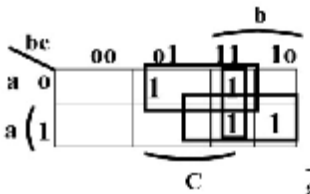
همچنین لازم است که تعداد مینترم‌ها در عبارت حداقل شده و از جملات مانده‌ای که مینترم‌هایشان قبلاً بوسیله سایر جملات پوشش یافته نیز پرهیز گردد. روش ترکیب مربع‌ها در نقشه ممکن است سیستماتیک شود، به شرطی که ما مفهوم جملاتی مانند نخستین انتخاب و نخستین انتخاب اصلی را بدانیم.

نخستین انتخاب (PI):

یک نخستین انتخاب، یعنی توسط هیچ نخستین دیگری پوشش داده نشود، یعنی زیرمجموعه هیچ نخستین دیگری نباشد.

مثال: همه PI معادله زیر را بنویسید.

$$F(a,b,c) = \sum m(1,3,6,7)$$



$$\bar{a}c, bc, ab$$

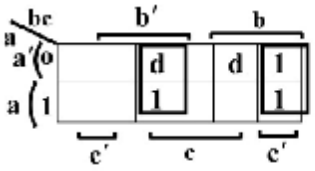
نخستین انتخاب اصلی (EPI)

یعنی حداقل یک مینترم را پوشش دهد که توسط هیچ PI دیگری پوشش داده نشده است. در مثال قبل $\bar{a}c$ و ab و EPI هستند.

حالات بی‌اهمیت (don't care)

یعنی حالاتی که در جدول کارنو برای ما مهم نیست (چه صفر یا یک) و با d یا x نمایش می‌دهیم.

$$F = \sum(2,5,6) + \sum d(1,3)$$



$$F = b'c + bc'$$

تذکر ۲۵: برای ساده کردن لازم نیست که از تمام dها استفاده کنیم.

جدول‌بندی (کونین – مک کلاسکی)

روش جدول کارنو برای ساده نمودن تا وقتی مناسب‌تر است که تعداد متغیرها از پنج الی شش تجاوز نکند. عیب روش جدول کارنو این است که اساساً یک روش سعی و خطا بوده و بر توانایی فرد در تشخیص الگوهای مختلفی متکی است که برای توابع شش متغیره اطمینان از بهترین انتخاب مشکل است. روش جدول‌بندی بر این مشکل غلبه می‌کند.

مثال: تابع بول زیر را با استفاده از روش جدول‌بندی ساده کنید.

$$F = (A,B,C,D) = \sum m(2,4,6,8,9,10,12,13,15)$$

قدم اول: ابتدا مینترم‌ها را براساس تعداد یک‌های موجود از تابع دسته‌بندی می‌کنیم. (مطابق لیست 1)

مینترم	A B CD
2	o o 1 o ✓
4	o 1 o o ✓
8	1 o o o ✓
6	o 1 1 o ✓
9	1 o o 1 ✓
1o	1 o 1 o ✓
12	1 1 o o ✓
13	1 1 o 1 ✓
15	1 1 1 1 ✓

مینترم	A BC D	
2 ,6	o - 1 o	PI_2
2 ,1o	– o 1 o	PI_3
4 ,6	o 1 – o	PI_4
4,12	- 1 o o	PI_5
8,9	1 o o - ✓	
8,1o	1 o – o	PI_6
8 ,12	1 – o o ✓	
9,13	1 - o 1 ✓	
12 ,13	1 1 o - ✓	
13 15	1 1 – 1	PI_7

مینترم	ABCD	
8 , 9,12,13	1 - o -	PI_1
8 , 9,12,13	1 - o -	

قدم دوم: هر دو جمله مینترم که فقط در یک متغیر متفاوت باشند با یکدیگر قابل ترکیب هستند و جلوی هر کدام علامت **P** به معنای انتخاب شده می‌زنیم. سپس عباراتی که علامت **P** ندارند را به عنوان نخستین انتخاب PI در نظر می‌گیریم.

قدم سوم: مینترم‌ها را افقی و عمودی می‌نویسیم. سپس مینترم‌هایی که توسط هر PI پوشش داده می‌شوند × می‌خورند به معنای آن است که مینترم آن ستون فقط توسط یک PI پوشش داده می‌شود پس باید آن PI انتخاب شود (مثل ستون‌های

9 و 15). بنابراین PI_1 و PI_7 ضروری هستند. بالای هر مینترم که انتخاب می‌شود را **P** می‌زنیم. چون PI_1 و PI_7 انتخاب می‌شوند سپس مینترم‌های 8 و 12 و 13 نیز پوشش داده می‌شوند حال باید PI هایی را انتخاب کنیم که سایر مینترم‌ها را پوشش دهند.

که اگر PI_3 و PI_4 را انتخاب کنیم هر چهار مینترم باقی مانده پوشش داده می‌شوند.

پس: $F = (A,B,C,D) = PI_1 + PI_3 + PI_4 + PI_7 = AC' + B'CD' + A'BD' + ABD$

پیاده‌سازی بوسیله گیت‌های NAND و NoR

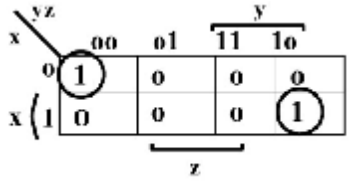
پیاده‌سازی با NAND

پیاده‌سازی یک تابع بول با گیت‌های NAND مستلزم این است که تابع به فرم جمع حاصلضرب‌ها (SOP) ساده شده باشد. سپس مدار را با استفاده از گیت‌های And-OR بسازیم و مدار را با کمک تساوی‌های به NAND – NAND تبدیل کنیم.

مثال: تابع زیر را با گیت‌های NAND پیاده‌سازی کنید:

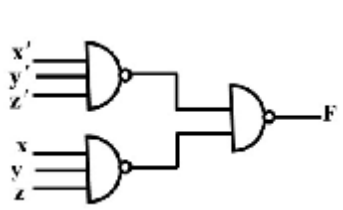
$F(x,y,z) = \sum(0,6)$

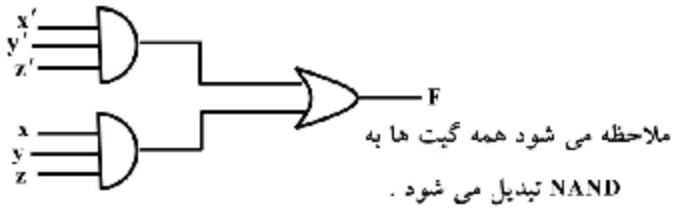
حل: قدم اول تابع را به فرم sop ساده کنیم:



$F = x'y'z' + xyz'$

قدم بعدی سعی می‌کنیم مکمل تابع را به فرم جمع حاصلضرب ساده کنیم که با ترتیب صفرها در جدول کارنو است.





$F = x'y + xy' + z$

پیاده‌سازی به وسیله گیت NOR

برای پیاده‌سازی یک تابع بول با گیت NOR باید تابع به فرم ضرب حاصل‌جمع‌ها ساده شود سپس آن را با گیت‌های OR-AND می‌سازیم.

مثال: تابع زیر را گیت NOR پیاده‌سازی کنید:

در این جدول صفرها را ترکیب می‌کنیم.

$F(x,y,z) = \sum (0,6)$

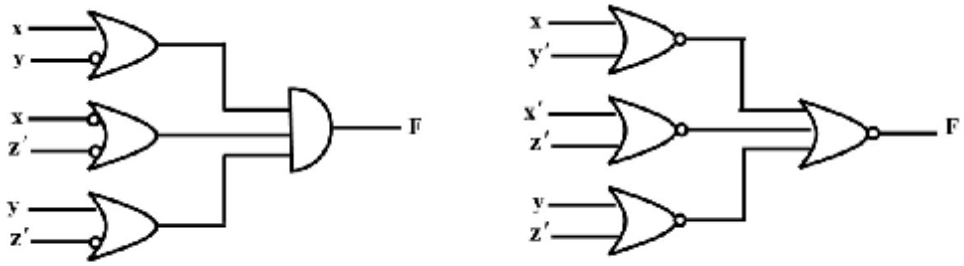
x \ yz	00	01	11	10
0	1	0	0	0
1	0	0	0	1

y: 00, 01, 11 — z: 00, 10

$$F' = x'y + xy' + z$$

این عبارت، مکمل تابع برحسب جمع حاصل ضرب‌ها است. سپس F' را مکمل می‌نماییم تا تابعی که برحسب ضرب حاصل جمع‌ها است و برای پیاده‌سازی بوسیله NOR لازم است بدست آید.

$$F = (x + y')(x' + y)z'$$



جدول کارنو شطرنجی

اگر خانه صفرم جدول کارنو صفر باشد XOR است، اگر خانه صفرم جدول کارنو باشد XNOR است.

مثال: ساده شده جدول کارنو زیر کدام است؟

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	1	0
01	0	۱	0	1
11	1	0	1	0
10	0	1	0	1

$F = \overline{A \oplus B \oplus C \oplus D}$

A \ BC	00	01	11	10
0	1	0	1	0
1	0	1	0	1

$F = \overline{A \oplus B \oplus C}$

تست‌های فصل دوم

تست ۱: صورت ساده شده تابع زیر کدام است؟

$$F=(x_1,x_2,x_3)=\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3+x_1\bar{x}_2\bar{x}_3$$

1) $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$ 2) $\bar{x}_1\bar{x}_3$ 3) $x_1x_2'x_3'$ 4) $\bar{x}_1+x_1$

تست ۲: کدامیک از حاصل ضرب Maxterm ها نمایش Standard تابع زیر است:

$$F=(w,x,y,z)=xy'+w'y+wxy$$

1) $\Pi M(0,1,8,9,10,11)$ 2) $\Pi M(0,1,2,3,7,12,15)$

3) $\Pi M(1,3,4,5,7,12,13,14)$ 4) $\Pi M(0,1,2,6,8,9,11)$

تست ۳: تابع $F=A'B'C+AB'C'+ABC$ برحسب حاصل‌ضرب مجموع‌ها کدام است؟

1) $(A+B+C)(A+B'+C)(A+B'+C')(A'+B+C')(A'+B'+C)$

2) $(A'+B'+C')(A'+B+C)(A+B'+C)(A+B'+C')(A'+B+C')$

3) $(A'+B'+C')(A+B'+C)(A+B'+C')(A'+B+C')(A'+B'+C)$

4) $(A+B+C)(A'+B+C)(A+B'+C')(A+B+C')(A'+B'+C)$

تست ۴: تابع مینیم شده معادل با F کدام است؟

$$F=(a,b,c,d)=\sum(2,3,4,,12,13,15)+\sum d(0,5,11)$$

1) $a'b'+abd+acd$ 2) $bc'+abd+a'b'c$ 3) $c'd'+a'b'c+abd$ 4) $c'd'+bc'+a'b'c'$

تست ۵: برای تابع $F=(A,B,C,D,E)=\sum(1,4,9,11,13,15,17,19,22,25,27,29,30,31)+\sum d(3,12,20)$ کدام گزینه ساده شده زیر صحیح است؟

1) $B'E'+C'E+A'C'DE'+ACDE'$ 2) $BE+C'E+A'C'D'E+ACDE'$

3) $BE+C'E+A'CD'E'+A'CDE'$ 4) $B'E'+C'E+ACD'E'+ACDE$

تست ۶: ساده‌ترین صورت تابع مقابل کدام است؟

$$F=(A,B,C,D,E)=\sum(0,2,6,8,9,11,13,15,16,18,22)+\sum D(4,10,12,14,20,26,28,30)$$

1) $F=A'E'+A'B'+AB'E'$ 2) $F=A'E'+AB'D'E'+A'B+ADE$

3) $F=A'E'+AB'$ 4) $F=A'B+B'E'$

تست ۷: برای تابع ۵متغیره زیر ساده‌ترین صورت ضرب حاصل جمع‌ها کدام است؟

$$F=(A,B,C,D,E)=\Pi(0,8,9,10,12,16,17,25,29)+\sum d(2,7,13,23)$$

1) $(A+B')(A+C')(A+D'+E)(B'+C'+E)(B+C'+E')$

2) $(A+B+C)(A+B'+D)(A'+B+C+D)(B'+D+E')$

3) $(B+D+E)(A+C+D'+E')(A'+C+E)(A'+C+D)$

4) $(A+B')(C+E')(A'+C+D'+E')(A'+C+D+E')$

تست ۸: در تابع بولی که دارای ترم‌های زیر می‌باشد، ساده‌ترین فرم حاصل جمع حاصل‌ضرب‌ها کدام اســت؟

$$F=(A,B,C,D,E)=\sum M(0,2,4,9,11,12,14,18,20,21,27,29)+\sum d(6,10,16,22,25)$$

1) $A'D'C'+AB'D+BCD+BC'E'+BC'E$
2) $ACD'+AB'C+A'D'C'+BC'E'$
3) $ABC+ABD'+BCD'+BCE'+ABE$
4) $B'E'+BC'E+A'CE'+ACD'E$

تست ۹: ساده‌ترین صورت تابع مقابل کدام است؟

$$F=(A,B,C,D,E)=\sum(0,2,5,8,10,16,23,26,29)+\sum d(7,18,21,24)$$

1) $C'E'+B'CE+ACD'E$
2) $AC'E'+BC'E'+ACD'E$
3) $AB+B'C+ABE'+BD'$
4) $C'E'D'+BC'E+BCD'E$

تست ۱۰: اگر به جای مدارهای منطقی با مجموعه $\{0,1\}$ از مدار چند منطقی با مجموعه $\{0,1,2\}$ اســتفاده کنــیم، جدول صحت زیر متعلق به چه مدار منطقی است؟

A	B	out
0	0	0
0	1	0
0	2	0
1	1	1
1	2	1
1	2	2

1) oR
2) xoR
3) And
4) NoR

تست ۱۱: کدام یک از جدول زیر معرف عبارت $X=AC+BC+B$ است؟

۱)

AB \ C	0	1
00	0	1
01	0	0
11	1	1
10	1	1

۲)

AB \ C	0	1
00	1	1
01	1	1
11	0	0
10	0	0

۳)

AB \ C	0	1
00	1	1
01	0	1
11	0	1
10	1	1

۴)

AB \ C	0	1
00	0	0
01	1	1
11	1	1
10	0	1

تست ۱۲: کدام یک از گزینه‌ها دو گان عبارت زیر است؟

$$\overline{(A+B).(A'+C)(B+C)+0}=\overline{(A+B).(A'+C).1}$$

1) $(A.B)+(A'.C)+(B.C).1=(A.B)+(A'.C)+0$
2) $\overline{(A.B)+(A'.C)+(B.C).1}=\overline{(A.B)+(A'.C)+0}$
3) $\overline{(A+B)+(A'.C)+(B+C).0}=\overline{(A+B)}+\overline{(A'+C)}+1$
4) $\overline{(A+B)}+\overline{(A'+C)}+\overline{(B+C)}+0=\overline{(A+B)}+\overline{(A'+C)}+1$

تست ۱۳: کدام یک از گزینه‌های زیر بسط جمع حاصل‌ضرب تابع $F=(a,b,c,d)=a'(b'+d)+acd'$ است؟

1) $F=\sum M(0,1,2,6,8,10,14)$
2) $F=\sum M(0,1,2,5,7,11,13)$
3) $F=\sum M(0,1,2,3,6,8,11,13)$
4) $F=\sum M(0,1,2,3,5,7,10,14)$

تست ۱۴: برای عبارت جبری زیر: $F(w,x,y,z)=x'z'+wyz+w'y'z'+x'y$ **عبارت جبری مینیمم حاصل ضرب جمع را پیدا کنید. (sop)**

1) $F(w,x,y,z)=(y'+z)(w+x+z')(w'+x+y)$

2) $F(w,x,y,z)=(y+z')(w'+x'+z)(w+x'+y')$

3) $F(w,x,y,z)=(x+z)(w'+y'+z')(w+x+y)(x+y')$

4) $F(w,x,y,z)=(z'+y)(w'+y'+z')(w+z+y)(x'+y')$

تست ۱۵: عبارت $AB+B'D'$ **ساده شده تابع** $F(A,B,C,D)=A'B'C'D'+AB'D'+ABC'$ **است. حداقل چند Don't care چهار حرفی وجود دارد؟**

1) 3 2) 2 3) 4 4) 5

تست ۱۶: EPI تابع زیر کدام است؟

$F(A,B,C,D)=\Pi M(0,1,6,9,11,12,14)$

1) $A'B'C, A'CD, B'CD'$ 2) $A'BC', AB'D', BD$ 3) $A'BC', A'CD, BD$ 4) $AB'C, AB'D', BD$

تست ۱۷: در SOP داده شده زیر کدام product term حتماً می‌بایست در حل مدار شامل شود؟ (EPI)

$w(a,b,c,d)=\sum m(4,6,7,8,9,11,14,15)$

1) $bc, ab'd, ab'd'$ 2) $bc, ab'c', acd$ 3) $bc, ab'c', a'bd'$ 4) $bc, ab'c', ab'd', ab'd$

تست ۱۸: تابع $w(a,b,c,d)=\sum m(2,3,4,5,6,7,8,9)$ **را در نظر بگیرید. در این تابع EPI ها کدام هستند؟**

1) $ab'c', \bar{a}c$ 2) $\bar{a}b, ab'c', a'b'c$

3) $(a+b+c)(\bar{a}+b')(\bar{a}+c')$ 4) $(a+b+c)(a'+b')(a'+b+c')$

تست ۱۹: در تابع $F(a,b,c,d)=\sum m(3,7,8,9,12)+\sum d(2,6,11,14)$ **به ترتیب چند PI و EPI وجود دارد؟**

1) 5 و 1 2) 5 و 2 3) 7 و 1 4) 7 و 2

تست ۲۰: کدام مورد به ترتیب تعداد (PI) و (EPI) تابع $F(a,b,c,d)=\sum m(1,5,6,8,9)+\sum d(7,11)$ **را نشان می‌دهد؟**

1) 3 – 6 2) 3 – 4 3) 2 -4 4) 2 -6

تست ۲۱: معادله زیر را به خلاصه‌ترین شکل درآورید:

$F(a,b,c,d)=\bar{a}b'+ab'+bc'd$

1) $b'+c'd$ 2) $\bar{a}+bc'd$ 3) $b'+bc'd$ 4) $\bar{a}+b'cd'$

تست ۲۲: ساده‌ترین شکل تابع $F(A,B,C,D)=\Pi(1,2,4,7,8,11,13,14)$ **چیست؟**

1) $F=\overline{A\oplus B\oplus C\oplus D}$ 2) این تابع ساده‌تر از شکل حذف نمی‌شود.

3) $F=A\oplus B\oplus C\oplus D$ 4) $F=A$

تست ۲۳: برای یک مبدل که جدول درستی آن در زیر داده شده است. برای خروجی X کدام پاسخ صحیح است؟

1) $x = (\overline{A \oplus B \oplus C})$

2) $x = A \oplus B \oplus C \oplus D \oplus E \oplus F \oplus G$

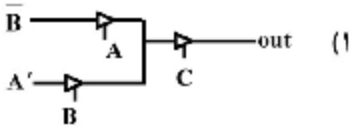
3) $F = A \oplus B \oplus C \oplus D$

4) $F = B \oplus D \oplus C$

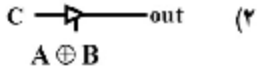
G	F	E	D	C	B	A	Z	J	X
0	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
0	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	1	**0**	**0**	1
0	**0**	**0**	**0**	**0**	1	1	**0**	1	**0**
0	**0**	**0**	**0**	1	1	1	**0**	1	1
0	**0**	**0**	1	1	1	1	1	**0**	**0**
0	**0**	1	1	1	1	1	1	**0**	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	**0**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

تست ۲۴: کدام مدار، عملکرد مدار منطقی با قابلیت حالت سوم نشان داده شده در زیر را پیاده‌سازی می‌نماید؟

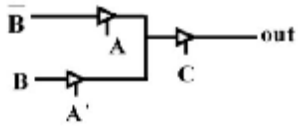
۱)



۲)

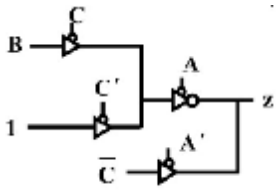


3)



4) این دروازه منطقی را نمی‌توان با بافرهای سه حالته پیاده‌سازی کرد.

تست ۲۵: تابع خروجی مدار شکل زیر کدام است؟



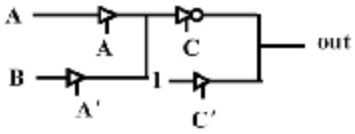
1) $z = 1$

2) $z = A + B'C'$

3) $z = A'C + BC$

4) $z = AC' + B'C'$

تست ۲۶: مدار زیر چه تابعی را پیاده‌سازی می‌کند؟



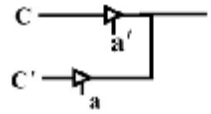
1) $(A' + B')C'$

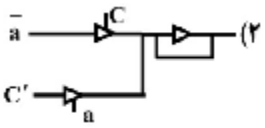
2) $A'B' + C'$

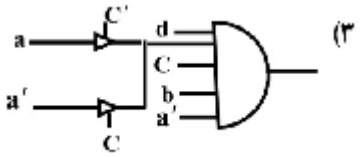
3) $\overline{A'B' + C'}$

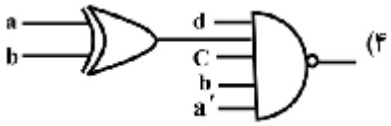
4) $(A' - B')C'$

تست ۲۷: کدامیک از مدرهای زیر، تابع $f=(a\oplus c)+\bar{a}bcd$ را پیاده‌سازی می‌کند؟

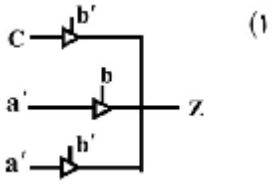
۱)


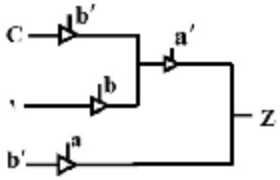
۲)


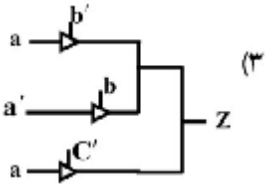
۳)


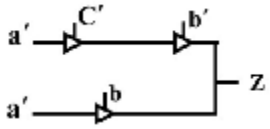
۴)


تست ۲۸: با استفاده از گیت‌های سه حالته کدام مدار دارای خروجی $Z=(a\oplus b)+\bar{a}c$ می‌باشد؟

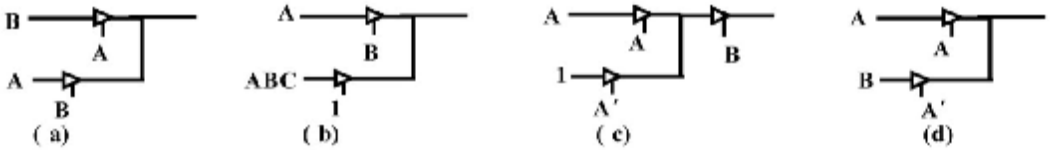
۱)


۲)


۳)


۴)


تست ۲۹: کدامیک از مدارات مقابل یک مدار منطقی کامل می‌باشد؟

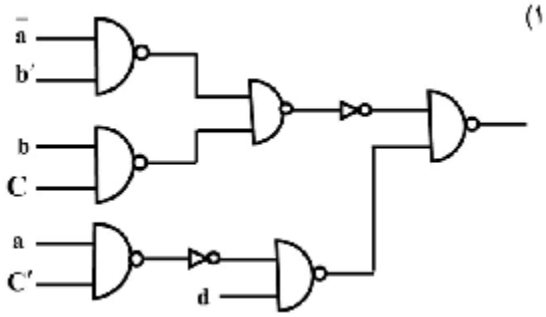


1) a 2) d 3) b 4) c

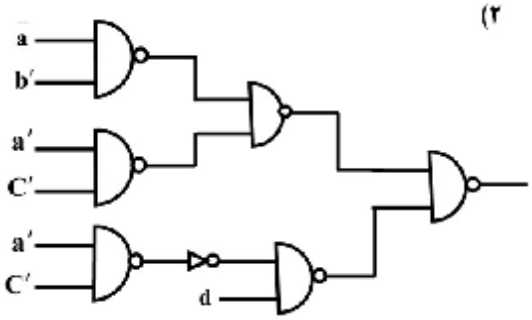
تست ۳۰: تابع زیر را با استفاده از گیت‌های NAND و معادل NAND دو ورودی و INV بسازید.

$$F(a,b,c,d) = \sum m(1,2,3,6,7,9,13,14,15) + \sum d(0,8,10)$$

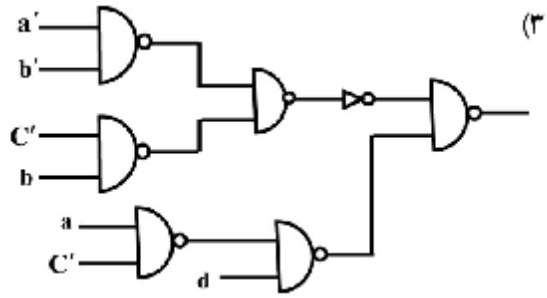
(۱



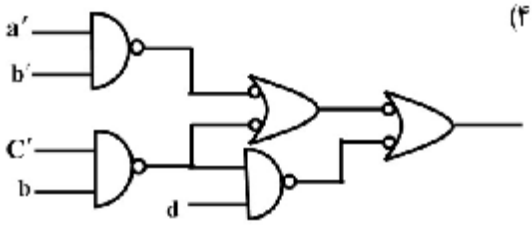
(۲



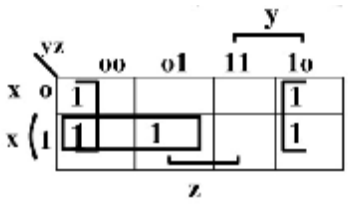
(۳



(۴



تست ۳۱: تابع بول زیر را با استفاده از نقشه تابع F مفروض ساده کنید؟



1) $F = Z' + xy'$

2) $F = Z' + xy$

3) $F = Z + xy'$

4) $F = Z + xy$

تست ۳۲: تابع $F = A + B'C$ را به صورت مجموعه‌ای از مینترم‌ها بیان نمایید.

1) $F = A'B'C + AB'C' + AB'C + ABC' + ABC$

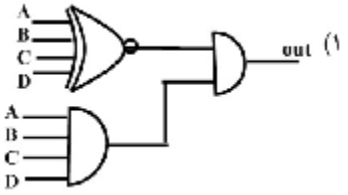
2) $F = A'B'C' + ABC' + AB'C + ABC' + ABC$

3) $F = A'B'C + AB'C' + AB'C + A'BC' + ABC$

4) $F = ABC' + AB'C + A'BC + A'B'C + ABC$

تست ۳۳: در جدول کارنوی زیر خروجی برابر چیست؟

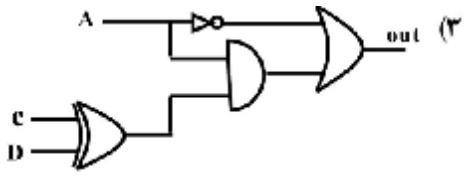
۱)



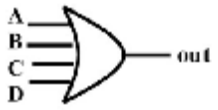
۲)

CD \ AB	oo	o1	11	1o
oo	1	-	1	-
o1	-	۱	-	1
11	1	-	o	-
1o	-	1	-	1

۳)



۴)



تست ۳۴: برای پیاده‌سازی جدول کارنوی زیر، چند دروازه منطقی نیاز است؟

CD \ AB	oo	o1	11	1o
oo	1	1	o	1
o1	1	o	1	x
11	o	1	o	1
1o	1	o	1	o

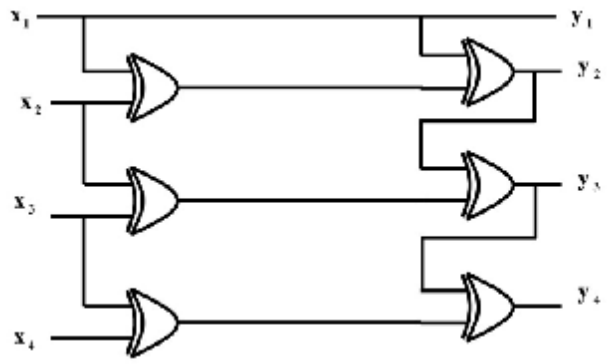
1) سه عدد

2) پنج عدد

3) چهار عدد

4) بیش از پنج عدد

تست ۳۵: اگر $x_4\ x_3\ x_2\ x_1$ **در کد BCD باشد** $y_4\ y_3\ y_2\ y_1$ **در چه کدی است؟**



1) Gray

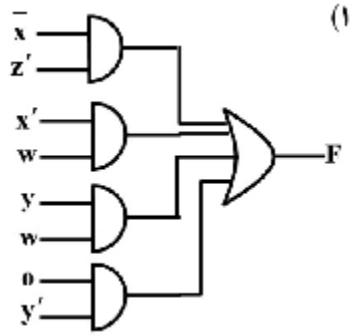
2) Ex -3

3) 2421

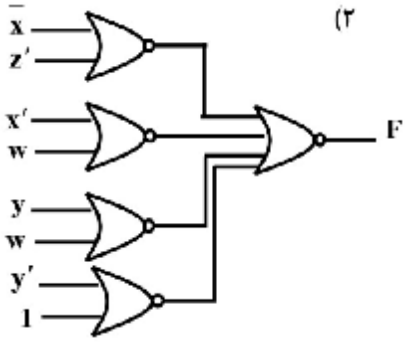
4) BCD

تست ۳۶: کدامیک از مدارهای زیر تابع $F(w,x,y,z)=\sum(0,2,8,9,10,11,14,15)$ **را اجرا می‌کند؟ ارزش متغیرهـا بـه ترتیب** $z=2^{\circ}=1$ **و** $y=2^{1}$ **و** $x=2^{2}$ **و** $w=2^{3}$ **است.**

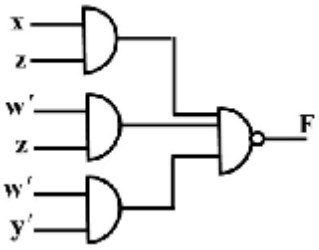
۱)



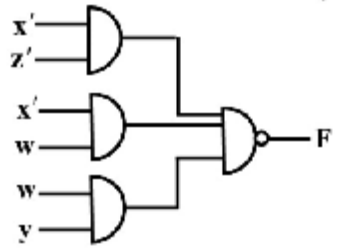
۲)



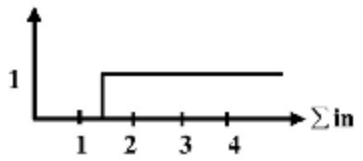
۳)

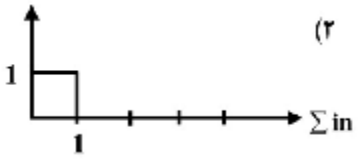


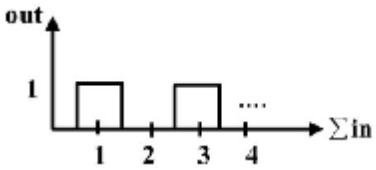
۴)

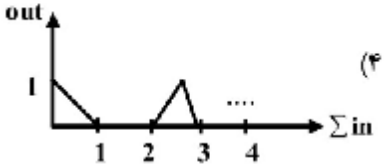


تست ۳۷: کدامیک از اشکال زیر یک XoR را مشخص می‌سازد؟ ($\sum$in جمع ورودی‌ها را نشان می‌دهـد و out خروجی مدار است)

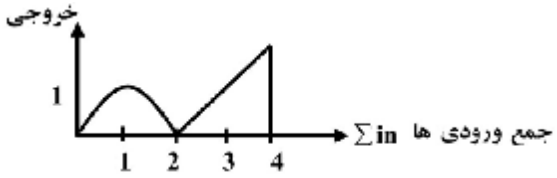
۱)


۲)


۳)


۴)


تست ۳۸: شکل زیر چه مدار منطقی است؟



1) XoR
2) NoR
3) NAND
4) Or

تست ۳۹: نمودار مقابل متعلق به چه مدار منطقی می‌باشد؟

1) ABC
2) $AB + AC + BC$
3) $A + B + C$
4) $\overline{ABC}$

تست ۴۰: در منطق منفی هر دروازه oR به چه دروازه منطقی مثبت تبدیل می‌شود؟

1) And
2) NoR
3) NAND
4) XNoR

پاسخنامه فصل دوم

1- (2) از خاصیت حرف مشترک استفاده می‌کنیم.

2- (1) باید برای هر جمله حرف‌هایی که ظاهر نشده، ظاهر کنیم.

$$F(w,x,y,z) = xy' + w'y + wxy$$

$$xy' = wxy'z + w'xy'z + wxy'z' + wxy'z'$$

$$w'y = w'xyz + w'xyz' + w'x'yz + w'x'yz'$$

$$wxy = wxyz' + wxyz$$

$$F = \sum(2,3,4,5,6,7,12,13,14,15) = \Pi(0,1,8,9,10,11)$$

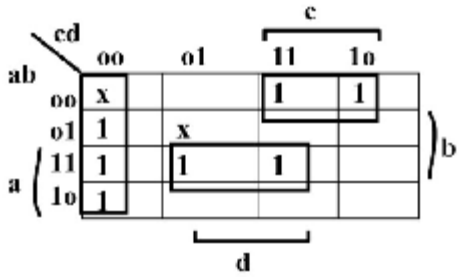
(1) -3

$$F = A'B'C + AB'C' + ABC = \sum(1,4,7) = \Pi(0,2,3,5,6)$$

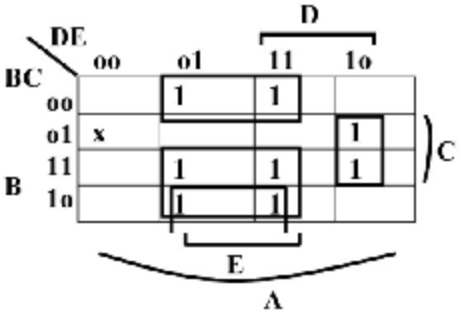
$$(A+B+C)(A+B'+C)(A+B'+C')(A'+B+C')(A'+B'+C)$$

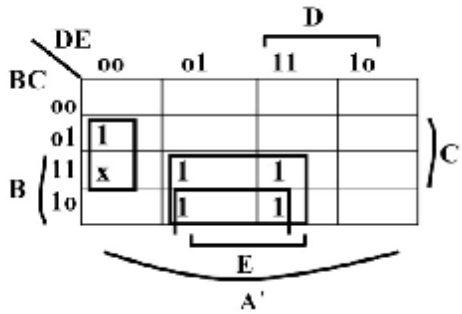
(3) -4

$$F = c'd + a'b'c + abd$$



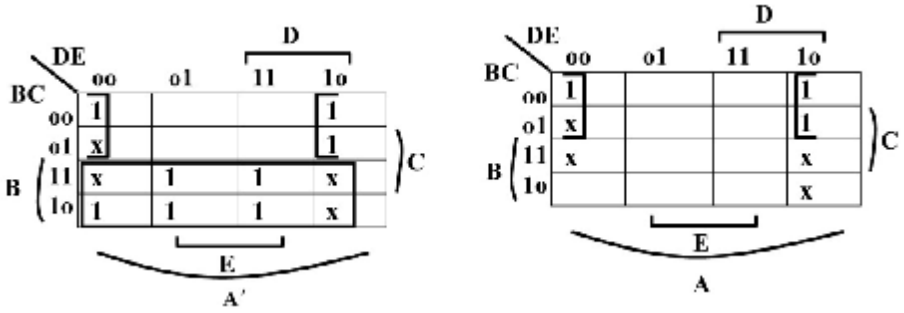
(2) -5





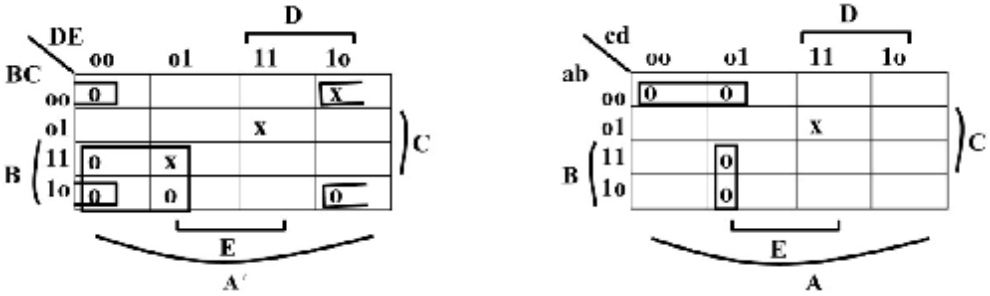
$$F = BE + C'E + A'CD'E' + ACDE'$$

(4) -6



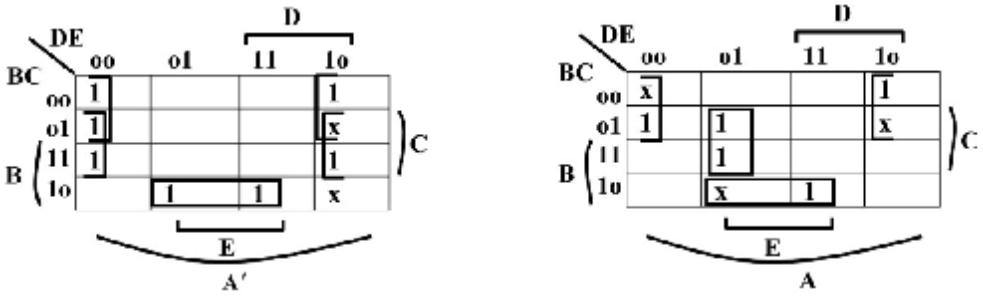
$F = A'B + B'E'$

(2) -7



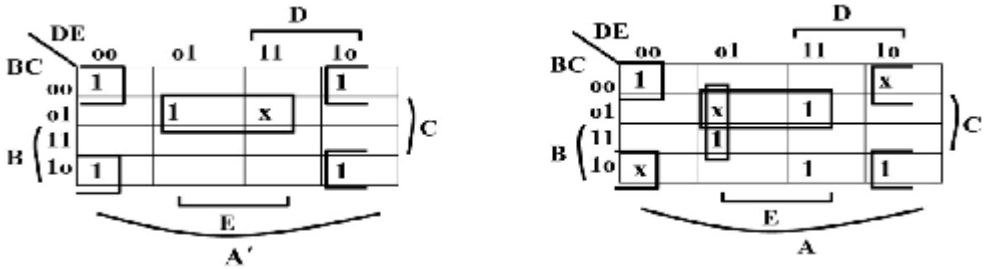
$F = (A + B' + D)(A + C + E)(B' + D + E')(A + B + C + D)$

(4) -8



$F = BC'E + B'E' + ACD'E + A'CE'$

(1) -9



$F = C'E' + B'CE + ACD'E$

(3) -10

نکته: گیت And تابع مینیمم، گیت oR تابع ماکزیمم را می‌دهد.

در جدول، مینیمم ورودی برابر خروجی است که گیت And است.

(4) -11

(2) -12 در دوگان تمام صفر به یک و برعکس و جمع به ضرب و برعکس تبدیل می‌شود.

(4) -13

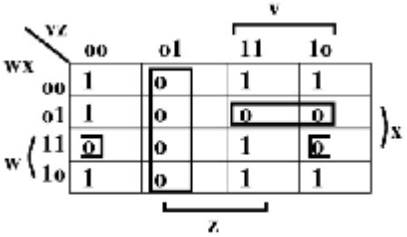
$F = a'b' + a'd + acd'$

$a'b' : a'b'c'd' + a'b'c'd + a'b'cd' + a'b'cd$

$a'd : a'b'c'd + a'b'cd + a'bc'd + a'bcd$

$acd' : ab'cd' + abcd'$

(2) -14 ابتدا تابع را به جدول کارنو می‌بریم: $F = \sum m(0,1,2,3,5,6,10,14)$

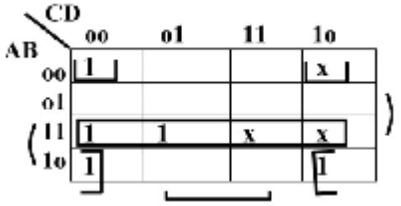


$\Rightarrow F' = y'z + yw'x + z'wx$

$\Rightarrow F = (y + z')(y' + w + x')(z + w' + x')$

(1) -15

جدول شامل 3 تا حالت بی‌اهمیت است.

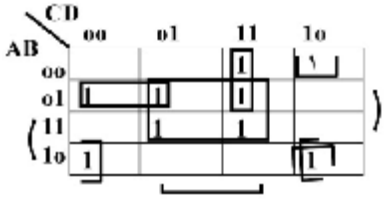


$\Rightarrow F = AB + B'D'$

(2) -16

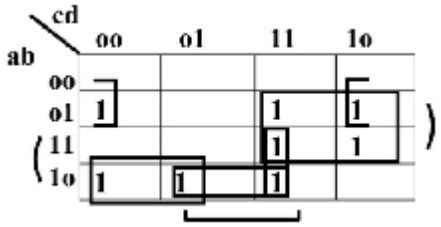
$F = \sum m(2,3,4,5,7,8,10,13,15)$

6 تا PI وجود دارد که 3 تا EPI است:



$A'BC', BD, AB'D'$

(3) -17

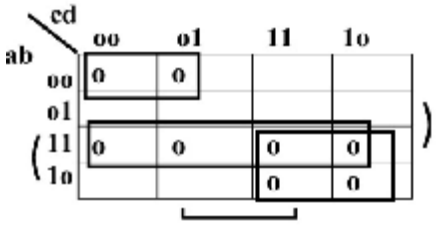


با توجه به جدول 5 تا PI وجود دارد که 3 تا EPI هستند:

$bc, \bar{a}\,bd', ab'c'$

18- (3) اگر برای یک‌ها EPI در نظر بگیریم گزینه صحیح وجـود نـدارد

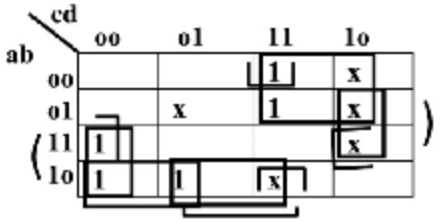
صفرها را در نظر می‌گیریم:



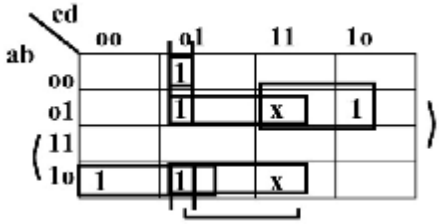
$(a+b+c),(\bar{a}+\bar{b}),(\bar{a}+c')$

19- (3)

7 تا PI وجود دارد که یکی EPI است. (دسته چهارتایی)



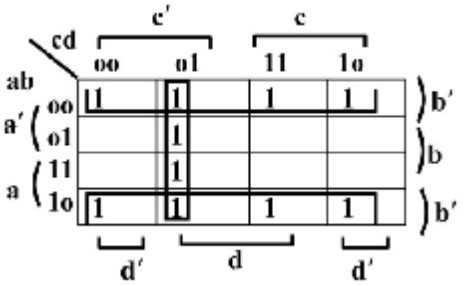
20- (4)



$PI = a'db, \bar{a}bc, a'c'd, ab'c', ab'd, b'c'd$

$EPI = \bar{a}bc, ab'c'$

21- (1)

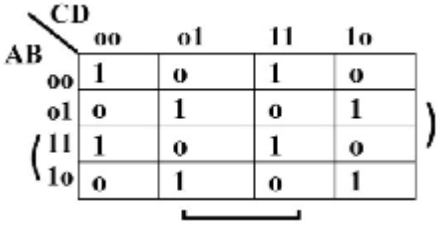


$F = b' + c'd$

22- (1) جدول کارنو شطرنجی است چون خانه صفرم، یـک اسـت.

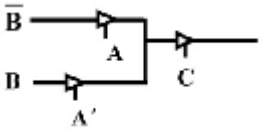
XNoR است.

$\Rightarrow F = \overline{A \oplus B \oplus C \oplus D}$



23- (2) چون خروجی x زمانی یک است که تعداد یک‌ها فرد است. تابع فرد، XoR است.

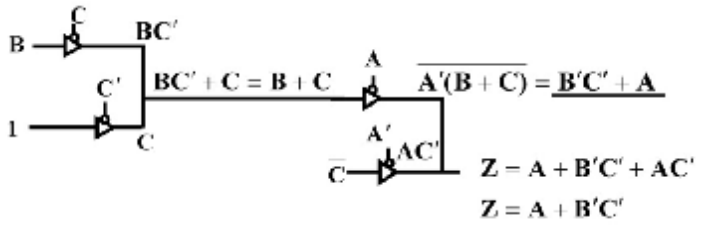
24- (3)



$F = AB' + A'B = A \oplus B$

تذکر: c کار کنترل انجام می‌دهد.

(2) -25



(2) -26

$$out = \overline{C(A + A'B)} + C' = A'B' + C'$$

-27 گزینه (1)

$$F(a \oplus c) + \bar{a}\,bcd = ac' + a'c + a'bcd \Rightarrow ac' + a'c$$

(2) -28

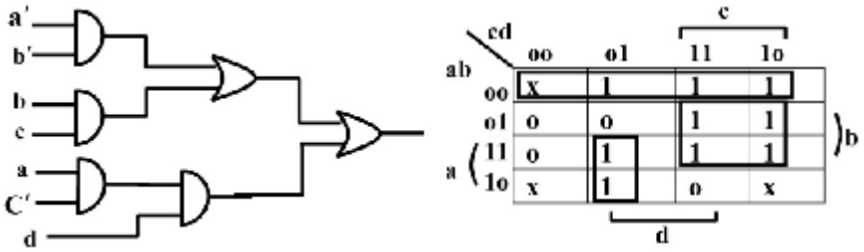
$$F = b'c + b = (c + b)a' = a'c + ba' = a'c + b'a + b'a = a'c + a \oplus b$$

-29 (2) بقیه ساختارها اشکال دارد.

-30 (1) $F = a'b' + bc + ac'd$

ابتدا تابع را به جدول کارنو منتقل کرده و ساده می‌کنیم.

نکته: شبکه AND-OR معادل با NAND – NAND است.

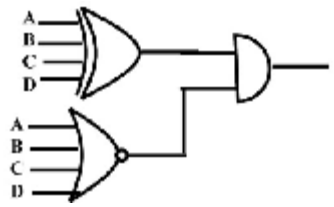


(1) -31

(1) -32

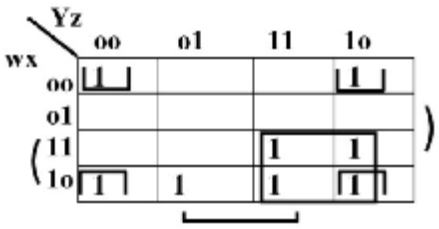
-33 (1) جدول شطرنجی است فقط به ازای $ABCD = 1111$ صفر شده است بنابراین باید با یک گیت NAND این حالت را صفر کنیم.

-34 (1) مشابه تست قبل است. ولی حالت $ABCD = 0000$ باید حذف کرد که با گیت NOT می‌توان آنرا حذف کرد.



35- (4) اگر یک کد به ورودی بدهیم با خروجی یکی است.

36- (1) ابتدا تابع را به جدول کارنو منتقل کرده و ساده می‌کنیم.



$F = wx' + wy + x'z'$

37- (3) تابع XoR فرد است زمانی خروجی یک است که تعداد یک‌های ورودی فرد باشد.

38- (1)

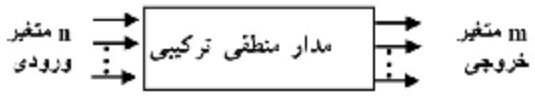
39- (3) معادل تابع oR است.

40- (1)

در منطق منفی، نقش صفر و یک عوض می‌شود.

فصل سوم: مدارات منطقی ترکیبی

یک مدار ترکیبی شامل متغیرهای ورودی، گیت‌های منطقی و متغیرهای خروجی است. گیت‌های منطقی سیگنال‌هایی را از ورودی دریافت کرده و سیگنال‌های دیگری را برای خروجی تهیه می‌کند. بلوک دیاگرام مدار منطقی در زیر نشان داده شده است که در آن n متغیر دودویی از یک منبع خارجی دریافت شده و m متغیر خروجی به یک مقصد خارجی ارسال می‌شود.



روش طراحی مدارهای ترکیبی

1- تعریف مسئله 2- تعیین تعداد ورودی‌های موجود و خروجی‌های مورد نیاز 3- اطلاق سمبل‌های الفبایی به ورودی‌ها و خروجی‌ها 4- تشکیل جدول درستی که ارتباط بین ورودی‌ها و خروجی‌ها را مشخص می‌کند. 5- بدست آوردن تابع بول ساده شده برای هر خروجی 6- رسم دیاگرام منطقی

جمع کننده‌ها

۱- نیم‌جمع کننده‌ها (HA)

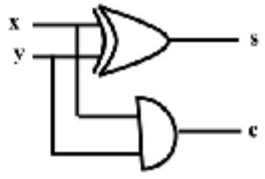
این مدار به دو روش و دو خروجی نیاز دارد. در این جا بطور دلخواه دو سمبل x و y را برای دو ورودی و سمبل‌های S (مجموع) و C (رقم نقلی) را برای خروجی درنظر می‌گیریم.

$$s = x'y + xy' = x \oplus y$$
$$c = xy$$

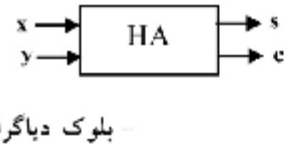
- معادله حالت

x	y	s	c
0	**0**	**0**	**0**
0	1	1	**0**
1	**0**	1	**0**
1	1	**0**	1

- جدول درستی



- دیاگرام منطقی نیم‌جمع کننده‌ها



- بلوک دیاگرام

۲- تمام‌جمع کننده (FA)

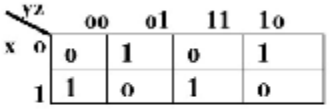
تمام جمع‌کننده عبارتست از یک مدار ترکیبی که قادر است سه رقم ورودی را جمع کند. این مدار دارای سه ورودی و دو خروجی است که دو متغیر x و y بر ورودی‌هایی که قرار است با هم جمع شوند دلالت دارند و سومین ورودی z ، رقم نقلی حاصل از جمع ستون مرتبه پایین‌تر است. خروجی‌ها با s (مجموع) و c (رقم نقلی) نشان داده شده می‌شوند.

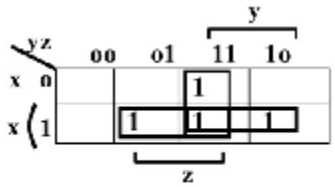
بلوک دیاگرام

x	y	z	s	c
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

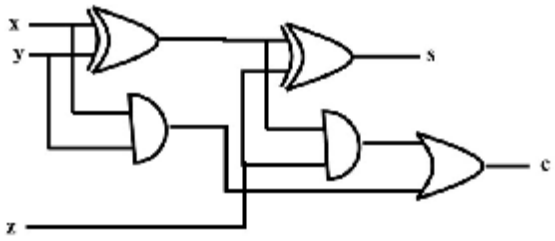
جدول درستی

معادله حالت





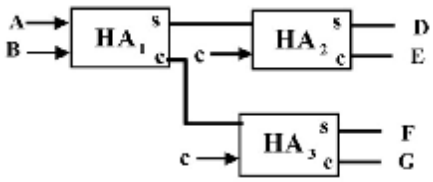
$s = x \oplus y \oplus z$ $c = xy + xz + yz$



- دیاگرام منطقی تمام جمع کننده

نکته ۱: مدار تمام جمع‌کننده با 2 نیم‌جمع‌کننده و یک oR می‌توان ساخت.

مثال: در شکل مقابل G و F و E و D چیست؟



حل:

$$HA_1: \begin{cases} S = A \oplus B \\ C = AB \end{cases} \quad HA_2: \begin{cases} S = A \oplus B \oplus C \\ C = (A \oplus B)C \end{cases} \quad HA_3: \begin{cases} S = AB \oplus C \\ C = ABC \end{cases}$$

$$D = A \oplus B \oplus C \ , \ E = (A \oplus B)C \ , \ F = AB \oplus C \ , \ G = ABC$$

تفریق کننده‌ها

۱- نیم‌تفریق‌گر (HS)

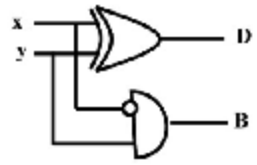
نیم‌تفریق گر عبارتست از یک مدار ترکیبی که دو بیت را از یکدیگر کم کرده و تفاضل آن‌ها را تولید می‌نماید. همچنین دارای یک خروجی است که مشخص‌کننده عمل قرض کرده است. سمبل‌های D (تفاضل) و B (قرض) در نظر می‌گیریم.

$$D = x'y + xy' = x \oplus y$$
$$B = x'y$$

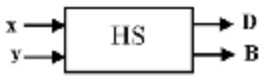
- معادله حالت

x	y	D	B
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

- جدول درستی



- دیاگرام منطقی نیم تفریق کننده

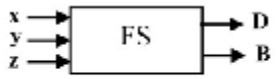


- بلوک دیاگرام

تمام تفریق‌گر (FS)

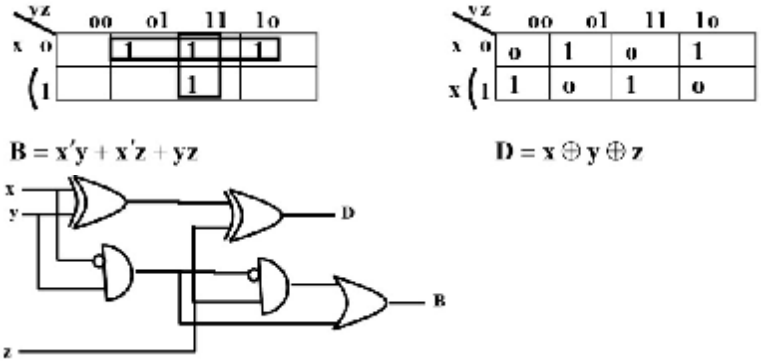
یک تمام تفریق‌گر عبارتست از یک مدار ترکیبی که عمل تفریق را بین دو بیت، با در نظر گرفتن 1 قرضی در مرحله اجرا می‌نماید. این مدار دارای سه ورودی و دو خروجی است.

x	y	z	D	B
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1



بلوک دیاگرام

معادله حالت:



نکته ۲: مدار تمام تفریق‌کننده با 2 نیم‌تفریق‌کننده و یک oR می‌توان ساخت.

تولید و چک توازن (Parity)

توابع XOR و XNOR در سیستم‌هایی که نیاز به کدهای عیب‌یاب و کدهای تصحیح‌کننده خطا دارند، بسیار مفید می‌باشند. مداری که در انتقال‌دهنده بیت توازن را تولید می‌کند به چک کننده توازن معروف است.

بعنوان مثال فرض کنید یک پیام سه بیتی یا توازن زوج انتقال داده شده است. در این صورت جدول درستی تولیدکننده توازن را نشان می‌دهد. سه بیت x و y و z ورودی‌های مدار بوده و تشکیل‌دهنده پیام هستند بیت توازن P، خروجی است.

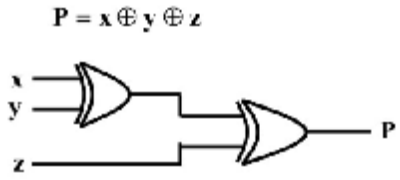
برای توازن زوج، بیت P طوری تولید می‌شود که تعداد کل 1ها با در نظر گرفتن خود P زوج باشد. با توجه به جدول درستی مشاهده می‌کنیم که P یک تابع فرد است زیرا مقدار آن، برای مینترم‌هایی که مقدار عددی آنها تعداد فردی 1 دارند، باید 1 باشد. بنابراین P می‌تواند بصورت XOR باشد:

بیت توازن

پیام سه بیتی

x	y	z	P
0	**0**	**0**	**0**
0	**0**	1	1
0	1	**0**	1
0	1	1	**0**
1	**0**	**0**	1
1	**0**	1	**0**
1	1	**0**	**0**
1	1	1	1

$P = x \oplus y \oplus z$

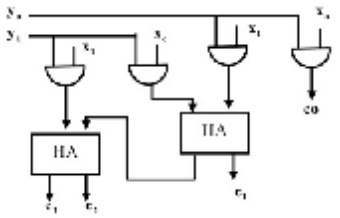


مولد توازن زوج سه بیتی

جدول درستی

مثال: مدار ضرب‌کننده 2 بیتی طراحی کنید که دو عدد 4 بیتی را ضرب می‌کند.

$$\begin{array}{r} x_1 \quad x_0 \\ y_1 \quad y_0 \\ \hline y_1x_0 \quad y_0x_0 \\ y_1x_1y_1x_0 \\ \hline c_3\,c_2 \quad c_1 \quad c_0 \end{array}$$



هازادها در مدارهای ترکیبی

هازادها دو نوع هستند: 1- استاتیک 2- دینامیک

هازاد استاتیک یک اغلب در مدارات And-Or رخ می‌دهد. (یعنی فرم sop)

هازاد استاتیک صفر اغلب در مدارات oR-And رخ می‌دهد (یعنی فرم pos)

استاتیک صفر

استاتیک یک

هازاد دینامیک: در هازاد دینامیک، به جای آنکه خروجی از یک به صفر یا از صفر به یک تغییر کند چند پالس ناخواسته در خروجی ظاهر می‌گردد.

هازاد دینامیک یک به صفر

حذف هازاد منطقی مدارهای ترکیبی

1- تابع را به جدول کارنو انتقال داده و یک‌های آن را مشخص می‌کنیم. 2- برای زوج یک‌های مجاور هم نیستند یک جمله حاصل ضرب اضافه می‌کنیم.

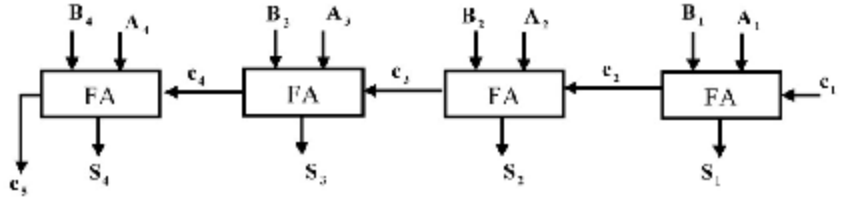
مثال: تابع ترکیبی $F(x_1x_2, y_1y_2) = (x_1x_2y_1) + x_1\bar{x}_2y_2$ را در نظر بگیرید. برای جلوگیری از هازاد در این مدار چه تغییری لازم است در شکل تابع نشان داده شود.

برای رفع هازاد جمله $x_1y_1y_2$ به آن اضافه شود.

جمع‌کننده دودویی موازی

یک جمع‌کننده موازی دودویی عبارتست از یک مدار دیجیتال که حاصل جمع حسابی دو عدد دودویی را به صورت موازی تولید می‌کند و شامل تمام جمع‌کننده است که به صورت متوالی بسته شده‌اند و خروجی نقلی هر تمام جمع‌کننده به ورودی نقلی تمام‌جمع‌کننده بعدی متصل می‌باشد.

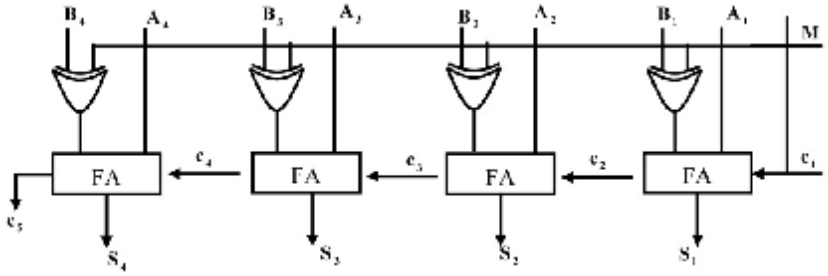
مثال: یک جمع‌کننده 4 بیتی موازی طراحی کنید.



نکته ۳: یک جمع‌کننده موازی n بیتی به n تمام‌جمع‌کننده نیاز دارد.

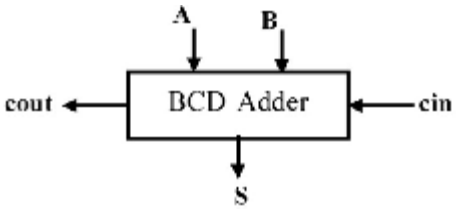
جمع‌کننده و تفریق دودویی

اعمال جمع و تفریق در یک مدار با یک جمع‌کننده مشترک می‌تواند ترکیب شوند. این کار با بکارگیری XoR برای هر تمام جمع‌کننده تحقق می‌یابد. در مدار شکل زیر اگر $M=0$ مدار جمع‌کننده است. وقتی $M=1$ باشد مدار یک تفریق‌گر خواهد بود و XoR ورودی M و یکی از ورودی‌ها، مثل B، را دریافت می‌کند. وقتی $M=0$ باشد داریم $B\oplus 0=B$ تمام جمع‌کننده مقدار B را دریافت می‌کند، c نیز صفر است و مدار عمل جمع A بعلاوه B را انجام می‌دهد. وقتی $M=1$ باشد، داریم $B\oplus 1=B'$ و $c_1=1$ است ورودی‌های B تماماً مکمل شده و یک نیز از طریق رقم نقلی اضافه شده است. مدار عمل جمع A بعلاوه مکمل B را انجام می‌دهد.



جمع‌کننده BCD

جمع‌کننده BCD یک جمع‌کننده‌ای است که دو رقم BCD را با یکدیگر جمع نموده و نتیجه بصورت BCD روی خروجی ظاهر می‌گردد. درواقع جمع‌کننده BCD یک جمع‌کننده یک رقمی دهدهی است.



چون مقدار هر رقم ورودی از 9 تجاوز نمی‌کند، بنابراین خروجی جمع نمی‌تواند از 19=1+9+9بزرگتر باشد، که آن عدد 1 رقم نقلی ورودی است. فرض کنید دو رقم BCD را به یک جمع‌کننده دودویی 4 بیتی اعمال کنیم. در این صورت جمع‌کننده، حاصل را به فرم دودویی تشکیل داده و نتیجه‌ای بین 0 تا 19 تولید می‌کند. این اعداد در جدول زیر لیست شده است و با سمبل‌های z_1,z_2,z_4,z_8,k علامت‌گذاری گردیده‌اند.

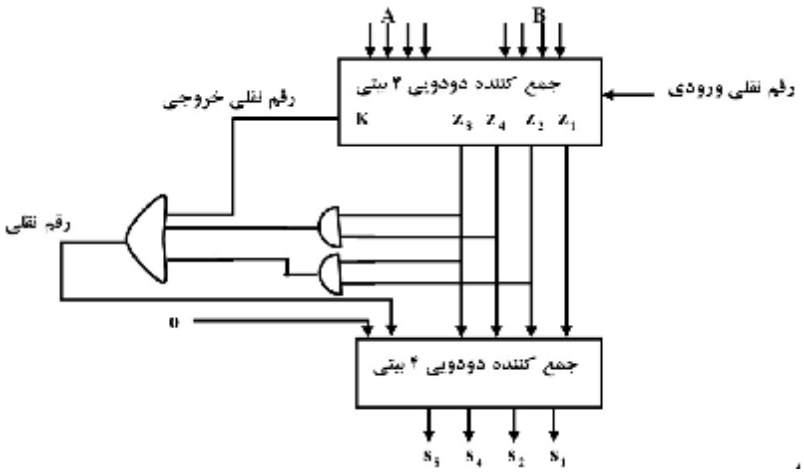
مقدار دهدهی	خروجی جمع‌کننده باینری					خروجیBCD جمع‌کننده				
	k	z_8	z_4	z_2	z	c	s_8	s_4	s_2	s_1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
3	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1
4	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
5	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1
6	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0
7	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1
8	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
9	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1
10	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
11	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1
12	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0
13	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1
14	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0
15	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1
16	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0
17	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1
18	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
19	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1

اگر نتیجه جمع بانیری بین 0 تا 9 باشد نیازی به اصلاح جمع‌کننده باینری نداریم و خروجی جمع‌کننده باینری معادل با جمع BCD است. موقعی که خروجی جمع‌کننده باینری از 9 بزرگتر باشد، مقدار خروجی فوق یک مقدار BCD معتبر نیست و نیاز به اصلاح دارد. برای اصلاح کافی است خروجی جمع‌کننده BCD را با 0110 جمع کنید. همانطور که از جدول فوق مشخص است خروجی جمع‌کننده باینری موقعی نیاز به اصلاح دارد که k =1 باشد، که k =1 ترکیب‌های 16 تا 19 را پوشش می‌دهد. برای ترکیب‌های 10 تا 15 نیاز به تصحیح است در این ترکیبات $z_8=1$ است و برای این که با فرم‌های

باینری 1000و 1001 که $z_8=1$ است، مجزا گردد در حالت‌های 1010 تا 1111 متغیرهای z_4 یا z_2 یک باشد.

بطورکلی برای تصحیح خروجی می‌توان تابع زیر را بیان کرد: $c=k+z_8z_4+z_8z_2$

هنگامی که $c=1$ باشد، لازم است تا عدد **0110** را به حاصل جمع دودویی اضافه نماییم و رقم نقلی را برای مکان یا مرحله بعد تولید کنیم. شکل زیر بلوک دیاگرام جمع‌کننده BCD است.



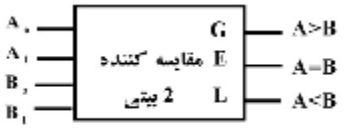
نک ته: تعداد حالت تعریف نشده جمع‌کننده BCD312 است. حالت مجاز وقتی که رقم‌ها حداکثر 9 باشد یعنی حالات مجاز ورودی $10\times10\times2=200$ می‌باشد.

تعداد کل $2^9=512\Leftarrow 512-200=312$

مدار مقایسه‌گر

مقایسه دو عدد عملی است که معین می‌کند یک عدد نسبت به عدد دیگر بزرگتر، کوچکتر یا مساوی است.

مثال: یک مقایسه کننده 2 بیتی طراحی کنید که دارای 3 خروجی باشد اگر $A>B$ آنگاه $G=1$، اگر $A=B$ آنگاه $E=1$ و اگر $A<B$ آنگاه $L=1$:



حل: برای مقایسه A و B باید بیت‌های با ارزش مقایسه را انجام داد.

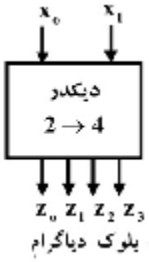
A_1	A_0	B_1	B_0	G	E	L
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	0	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	1	0

$$A > B \Rightarrow G = A_1\bar{B}_1 + A_0B_1'B_0' + A_1A_0B_0'$$
$$A = B \Rightarrow A_1A_0B_1B_0 + A_1'A_0B_0'B_0 + A_1A_2B_1B_0 + A_1A_0'B_1B_0'$$
$$A < B \Rightarrow l = A_1'B_1 + A_0'B_1B_0' + A_1'A_0'B_0$$

دیکدر [رمزگشا decoder]

رمزگشا، یک مدار ترکیبی است که با n ورودی و 2^n خروجی است.

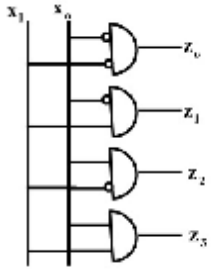
مثال: یک رمزگشا $2 \to 4$ طراحی کنید:



بلوک دیاگرام

x_0	x_1	z_0	z_1	z_2	z_4
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1

- جدول صحت

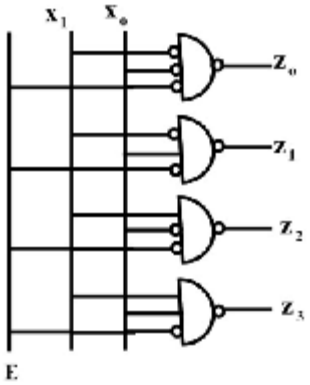


- مدار داخلی

تذکر ۵: برای ساخت یک دیکدر $n \times 2^n$ نیاز به 2^n عدد گیت AND و $n+1$ ورودی داریم.

تذکر 6: به مداراتی که سیگنال کنترلی یک فعال باشد Hight Active و به مداراتی که سیگنال صفر سیگنال فعال می‌باشد، مدارات Low Active گویند. این پایه را با E نشان می‌دهیم.

مثال: یک مدار رمزگشای $4 \to 2$، Low Active طراحی می‌کنید:



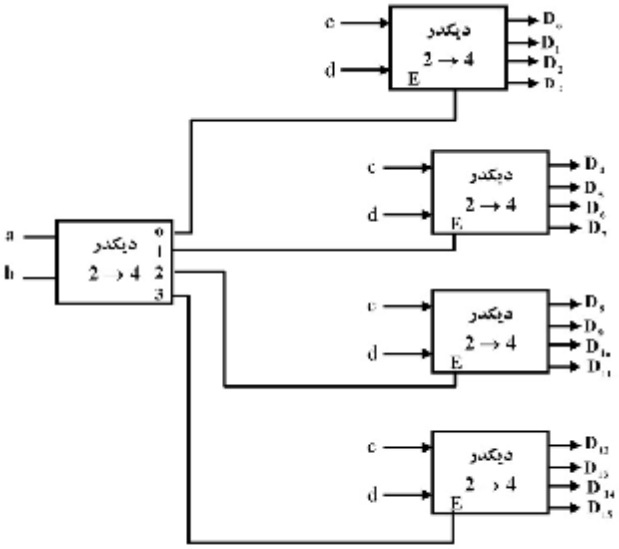
E	x_0	x_1	z_0	z_1	z_2	z_3
0	**0**	**0**	**0**	1	1	1
0	**0**	1	1	**0**	1	1
0	1	**0**	1	1	**0**	1
0	1	1	1	1	1	**0**

- جدول صحت

ـ مدرک داخلی

تذکر ۷: کاربرد اصلی رمزگشا در نشان‌دهی کلمات حافظه است.

مثال: رمزگشای $16 \to 4$ با استفاده از رمزگشای $4 \to 2$ بسازید.

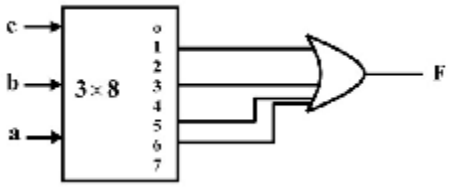


پیاده‌سازی توابع بول با استفاده از دیکدر

تذکر ۸: هرگاه دیکدر Active high باشد و خروجی‌های دیکدر با هم OR شده باشند تابع F برابر است با:

(شماره خروجی‌هایی از دیکدر که در OR شرکت کرده‌اند.) $F = \sum m$

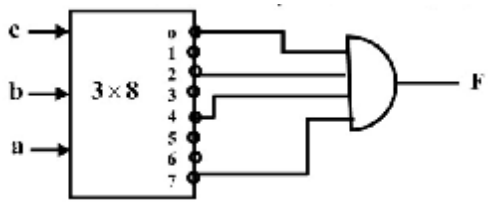
مثال: $F(A,B,C)=\sum m(1,3,5,6)$ **با استفاده از دیکدر پیاده‌سازی کنید:**



تذکر ۹: هرگاه دیکدر Active Low باشد و خروجی‌های دیکدر با هم And شده باشند تابع F برابر است با:

(شماره خروجی‌هایی از دیکدر که در And شرکت کرده‌اند.) $F=\Pi M$

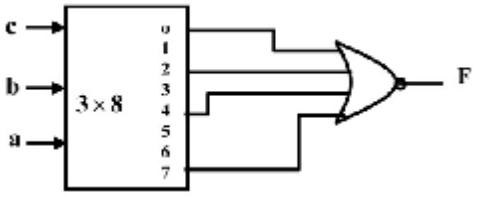
مثال: $F(A,B,C)=\sum \Pi(0,2,4,7)$ **با استفاده دیکدر پیاده‌سازی کنید:**



تذکر 10: هرگاه دیکدر Active High باشد و خروجی‌های دیکدر با هم NOR شده باشند، تابع F برابر است با:

(شماره خروجی‌هایی از دیکدر که در NOR شرکت کرده‌اند.) $F=\Pi m$

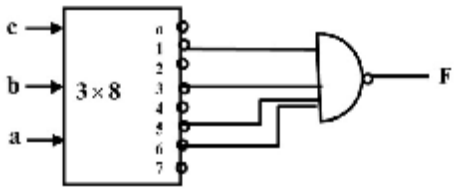
مثال: $F(A,B,C)=\sum \Pi(0,2,4,7)$ **با استفاده دیکدر پیاده‌سازی کنید:**



تذکر ۱۱: هرگاه دیکدر Active Low باشد و خروجی‌های دیکدر با هم NAND شده باشند تابع F برابر است با:

(شماره خروجی‌هایی که از دیکدر که در NAND شرکت کرده‌اند.) $F=\sum m$

مثال: $F(A,B,C)=\sum m(1,3,5,6)$ **با استفاده دیکدر پیاده‌سازی کنید:**



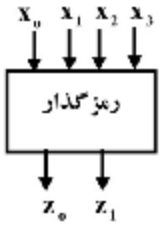
مدار رمزگذار (Encoder)

رمزگذار یک مدار ترکیبی است که دارای 2^n ورودی و n خروجی است.

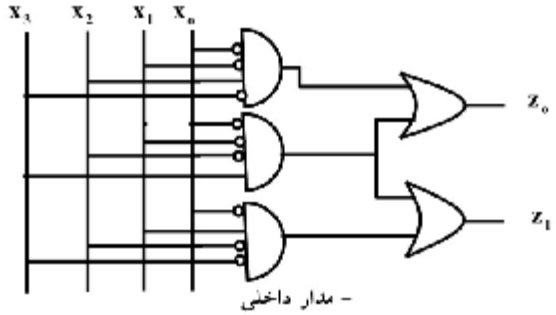
مثال: یک رمزگذار $4 \to 2$ طراحی کنید:

x_0	x_1	x_2	x_3	z_0	z_1
1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	1	1
×	×	×	×	بی‌اهمیت	

- جدول صحت



- بلوک دیاگرام



- مدار داخلی

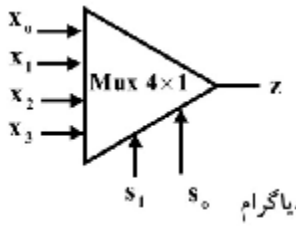
تذکر ۱۲: یکی از کاربردهای این مدار تبدیل کدهای BCD به کدهای چهار بیتی است.

مدار تسهیم‌کننده (MuX)

تسهیم‌کننده مدار ترکیبی است که از بین چندین منبع ورودی یکی را انتخاب و اطلاعات واقع در آن منبع ورودی را به یک خروجی منفرد و مشترک هدایت می‌کند.

یک $mux2^n \times 1$ دارای 2^n ورودی و یک خروجی است. $n \to 1$

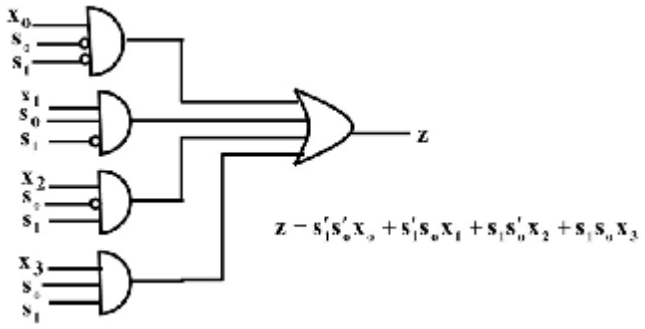
مثال: یک مدار $Mux\ 4 \times 1$ طراحی کنید؟



- بلوک دیاگرام

s_1	s_0	z
0	0	x_0
0	1	x_1
1	0	x_2
1	1	x_3

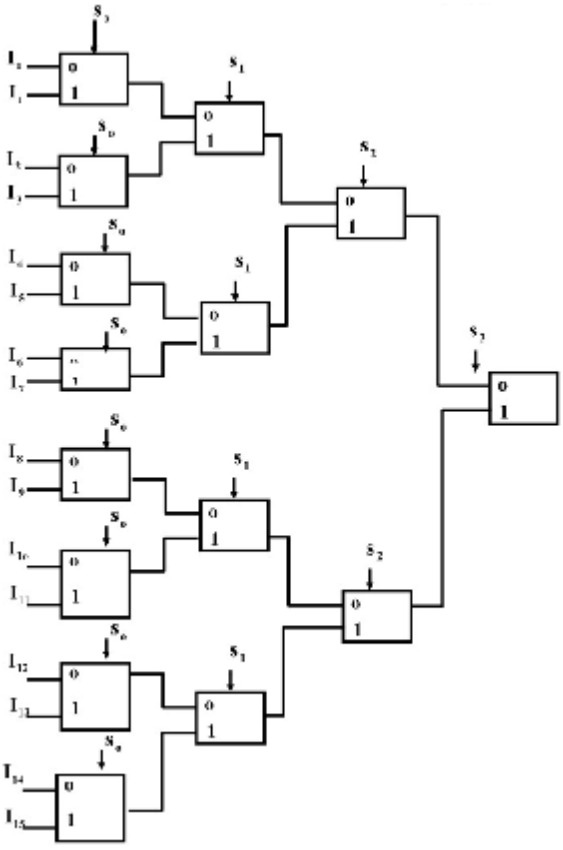
- جدول صحت



تذکر ۱۳: برای ساخت $mux(2^n \times 1)$ نیاز به 2^n گیت And ، $n+1$ ورودی، n گیت NoT و یک گیت oR، 2^n ورودی است.

مثال: مدار مالتی پلکسر ۱× ۱۶ با مالتی پلکسر ۱× ۲ بسازید:

شکل مقابل 15 عدد max نیاز دارد.



راه حل ابتکاری:

$mux\ n \times 1 \rightarrow mux\ n \times 1$

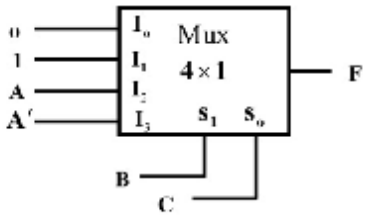
کافی است از n بزرگتر یک واحد کم شود.

$mux16 \times 1 \rightarrow mux2 \times 1 \qquad 16 - 1 = 15$

پیاده‌سازی توابع بول با mux

مثال: تابع $F(A,B,C)=\sum(1,3,5,6)$ **با** Mux4×1 **طراحی کنید:**

حل: در این مسئله C و B را به عنوان خطوط انتخاب s_1 و s_0 در نظر می‌گیریم.



- پیاده سازی مولتی پلکسر

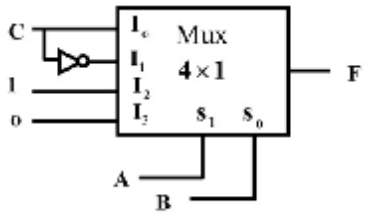
مینترم	A	B	C	F
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	0
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

	I_0	I_1	I_2	I_3
A′	0	(1)	2	(3)
A	4	(5)	(6)	7
	0	1	A	A′

- جدول درستی - جدول پیاده‌سازی

مثال: تابع $F(A,B,C)=\sum(1,2,4,5)$ **با** mux4×1 **طراحی کنید:**

حل: در این مسئله A و B به عنوان خطوط انتخاب s_0 و s_1 در نظر می‌گیریم:



- پیاده سازی مولتی پلکسر

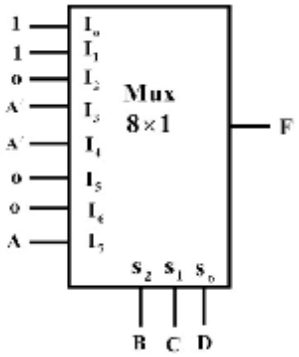
A	B	C	F	
0	0	0	0	F = C
0	0	1	1	
0	1	0	1	F = C′
0	1	1	0	
1	0	0	1	F = 1
1	0	1	1	
1	1	0	0	F = 0
1	1	1	0	

	I_0	I_1	I_2	I_3
C′	0	(2)	(4)	6
C	(1)	3	(5)	7
	C	C′	1	0

- جدول درستی - جدول پیاده‌سازی

تذکر ۱۴: چون خطوط انتخاب عوض شده است طریق پر کردن جدول پیاده‌سازی عوض شده است.

مثال: خروجی ساده شده mux روبرو کدام است؟



	I_0	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7
A′	0	1	2	3	4	5	6	7
A	8	9	10	11	12	13	14	15
	1	1	0	A′	A′	0	0	A

$$F(A,B,C,D) = \sum m(0,1,3,4,8,9,15)$$

$$F = (A,B,C,D) = \Pi m(2,5,6,7,10,11,12,13,14)$$

مثال: تابع $F(A,B,C,D) = \sum m(3,5,7,8,11,12,14)$ **با** mux4×1 **طراحی کنید؟**

خطوط A و B را select بگیرید)

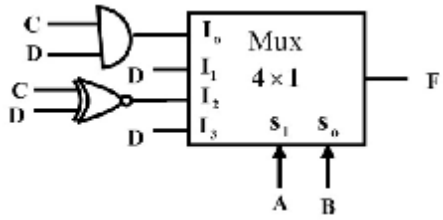
	A	B	C	D	F
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	0

$I_0 = CD$

$I_1 = C'D' + D = D$

$I_2 = C'D' + CD = \overline{C \oplus D}$

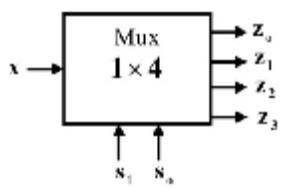
$I_3 = C'D + CD' = D'$



مدار توزیع‌کننده (DMUX)

مدار توزیع‌کننده دارای یک خط ورودی اصلی و M خط ورودی انتخاب و n خط خروجی می‌باشد که در آن رابطه $n = 2^m$ برقرار است.

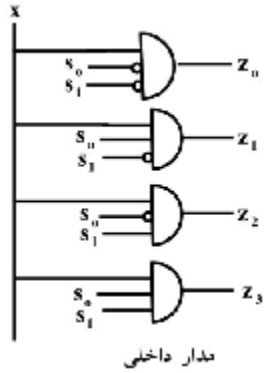
مثال: توزیع کننده dmux1→4 **طراحی کنید؟**



- بلوک دیاگرام

s_1	s_2	z_0	z_1	z_2	z_3
0	0	x	0	0	0
0	1	0	x	0	0
1	0	0	0	x	0
1	1	0	0	0	x

- جدول درستی



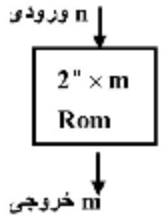
تذکر ۱۵: برای ساخت یک $Dmux(1\times2^n)$ نیاز به 2^n گیت And و $n+1$ ورودی و n گیت Not است.

حافظه فقط خواندنی (Read only Memory)

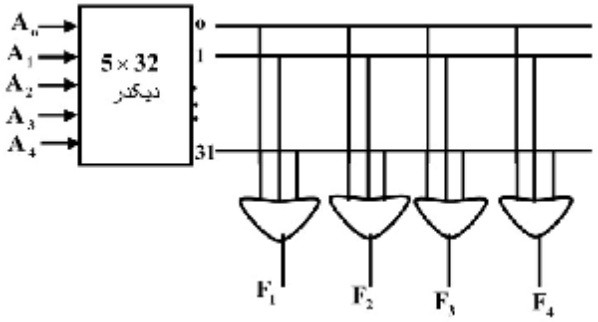
یک حافظه فقط خواندنی (Rom) مداری است که شامل گیت oR همراه با مدار دیکدر در یک آی سی است. اتصالات بین خروجی‌های دیکدر و ورودی‌های گیت‌های oR را برای هر ساختار ویژه می‌توان برنامه‌ریزی کرد.

بلوک دیاگرام Rom که دارای n خط ورودی و M خط خروجی می‌باشد در شکل زیر نشان داده شده است.

از لحاظ داخلی، Rom یک مدار ترکیبی است با تعدادی گیت AND که به عنوان یک دیکدر به هم متصل شده‌اند و همچنین تعدادی گیت oR که شمارشان با تعداد خروجی‌های قطعه مزبور برابر است.



شکل زیر ساختمان داخلی یک Rom، 4×32 را نشان می‌دهد. متغیرهای ورودی بوسیله 32 گیت And و 5 گیت معکوس‌کننده به 32 خط دیکدر می‌شوند. هر خروجی دیکدر بیانگر یکی از مینترم‌های یک تابع پنج متغیره است و هر یک از 32 خط آدرس یک و فقط یک خروجی از دیکدر را انتخاب می‌نمایند. 32 خط خروجی دیکدر را از طریق یک سری اتصالات، به هر گیت oR وصل شده‌اند. یعنی هر گیت oR دارای 32 ورودی است.



مثال: می‌خواهیم با استفاده از یک Rom مداری طرح کنیم که قادر به جمع یا تفریق دو عدد BCD باشد (از طریق یک خط کنترل نوع عمل مشخص می‌شود) حداقل ظرفیت Rom مورد نیاز چقدر است؟

حل: هر رقم BCD 4 بیتی است برای دو رقم 8 بیت و برای خط کنترل یک بیت، مجموعاً 9 بیت ورودی داریم. برای خروجی هم حداکثر 5 بیت است.

ظرفیت Rom $= 2^9 \times 5$

آرایه منطقی برنامه‌پذیر (PLA)

یک مدار ترکیبی می‌تواند گاهی دارای حالات بی‌اهمیت باشد. وقتی چنین مداری با Rom پیاده‌سازی شود یک حالت بی‌اهمیت، یک آدرس ورودی است که هرگز اتفاق نمی‌افتد لذا نیازی نیست که کلمه مربوط به یک آدرس بی‌اهمیت برنامه‌ریزی شود و می‌توان آن را به فرم اولیه‌اش (بیتهای صفر یا یک) رها کرد.

در مواقعی که تعداد حالات بی‌اهمیت زیاد است، استفاده از PLA از نظر اقتصادی به صرفه‌تر است.

مثال: یک مدار ترکیبی با توابع زیر تعریف شده است:

$$F_1(A,B,C) = \sum(3,5,6,7)$$
$$F_2(A,B,C) = \sum(0,2,4,7)$$

این مدار را بوسیله یک PLA با سایز سه ورودی، چهار جمله مینترم و دو خروجی پیاده‌سازی کنید؟

حل: ابتدا تابع خود و مکمل آن را به جدول کارنو برده و ساده می‌کنیم.

BC \ A	00	01	11	10
0	1			1
1	1		1	

$F_2 = B'C' + A'C' + ABC$

BC \ A	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	1

$F_1 = AC + AB + BC$

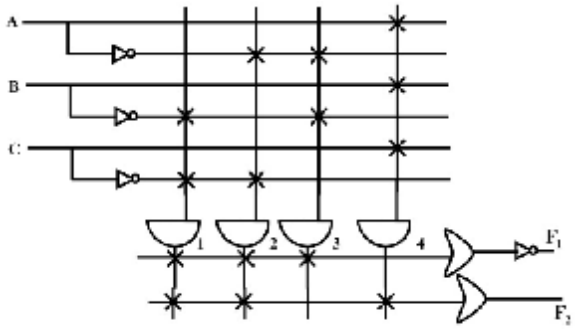
BC \ A	00	01	11	10
0		0	0	
1		0		0

$\overline{F_2} = B'C + A'C + ABC'$

BC \ A	00	01	11	10
0	0	0		0
1	0			

$\overline{F_1} = B'C' + A'C' + A'B'$

این ترکیبات دارای 4 جمله مجزا هستند: $ABC, A'B', A'C', B'C'$

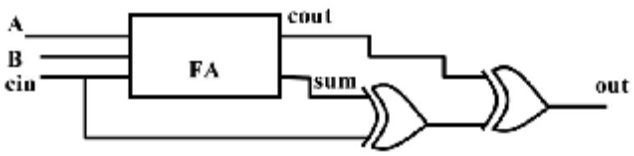


ضرب	جمله	ورودی‌ها A	B	C	خروجی‌ها F_1	F_2
$B'C'$	1	-	0	0	1	1
$A'C'$	2	0	-	0	1	1
$A'B'$	3	0	0	-	1	-
ABC	4	1	1	1	-	1
					C	T

جدول برنامه PLA

تست‌های فصل سوم

۱- اگر $A = B$ باشد، آنگاه Out برابر است با:



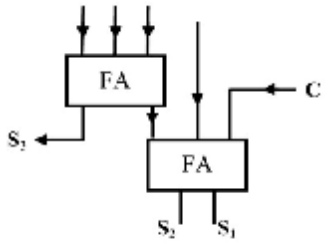
1) Cin

2) Sum

3) Cout

4) Coust $\oplus$ Sūm

۲- در شکل زیر ارزش مکانی S_2 و S_3 چگونه است؟



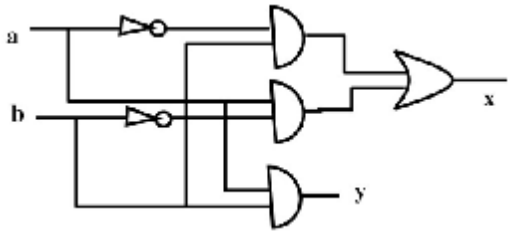
1) مساوی است.

2) $S_2 < S_3$

3) $S_3 < S_2$

4) بستگی به مقدار دقیق ورودی‌ها دارد.

۳- این مدار چه عملی را انجام می‌دهد؟



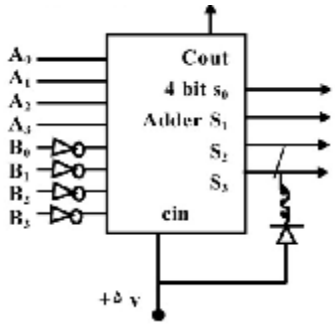
1) بیت a و b را تفریق می‌کند.

2) بیت a و b را جمع می‌کند.

3) بیت a و b را ضرب می‌کند.

4) بیت a و b را تقسیم می‌کند.

۴- بفرض این که اعداد A و B در سیستم مکمل ۲ بین ۷- و ۷+ هستند و مدار روبرو روشن شدن LED بیانگر چیست؟ A و B هم‌علامت هستند.



1) $A < B$

2) $A \le B$

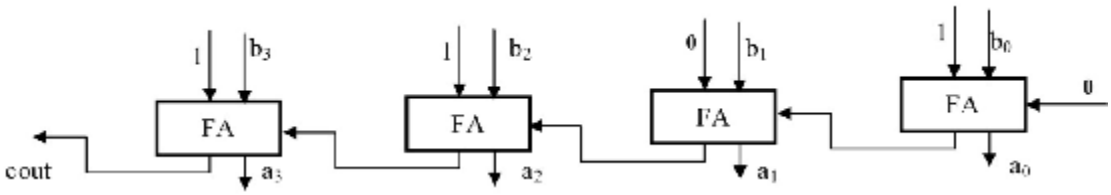
3) $A = B$

4) $A \ge B$

۵- به منظور ساختن یک Full-Subtractor از دو عدد Half subtractor استفاده می‌نماییم. چه دروازه یا دروازه‌های دیگر موردنیاز است؟

1) یک عدد xoR　　2) یک عدد oR　　3) دو عدد xoR　　4) یک عدد NoR

۶- مدار زیر چه عملی انجام می‌دهد؟



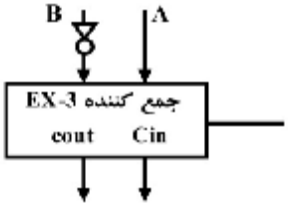
1) اگر ورودی افزونی – 3 باشد آن را به BCD تبدیل می‌کند.

2) اگر ورودی BCD باشد آن را به افزونی -3 تبدیل می‌کند.

3) مکمل 9 عدد $b_3b_2b_1b_0$ را که در کد BCD است محاسبه می‌کند.

4) مکمل 9 عدد $b_3b_2b_1b_0$ که در کد افزونی -3 است را محاسبه می‌کند.

۷- در مدار مقابل یک جمع‌کننده یک رقمی $EX-3$ به کار رفته است. این مدار چه عملی انجام می‌دهد؟



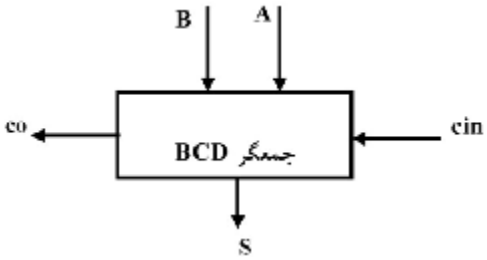
1) این مدار A را با مکمل B_1 جمع می‌کند.

2) این مدار یک جمع‌کننده BCD است.

3) این مدار یک تفریق‌کننده یک رقمی $EX-3$ است که در A-B را در خروجی ظاهر می‌کند.

4) این مدار یک مقایسه‌کننده است و هرگاه $A<B$ باشد $Cout=1$ می‌شود.

۸- مدار شکل زیر یک جمعگر BCD است. یعنی ورودی‌های A و B را به صورت BCD دریافت می کند و حاصل جمع (S) و رقم نقلی آنها را آشکار می‌کند. این سیستم ترکیبی چند جمله تعریف نشده را دارد؟



1) 412

2) 312

3) 120

4) 36

۹- با کدام یک از گزینه‌های زیر می‌توان مالتی پلکسر ۱۶ به ۱ ساخت (۱×۱۶ mux):

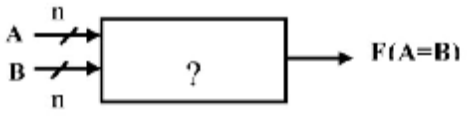
1) دو مالتی پلکسر 8 به 1 و یک دیکودر 2 به 4

2) دو مالتی پلکسر 8 به 1 مالتی پلکسر 2 به 1

3) چهار مالتی پلکسر 4 به 1 و یک مالتی پلکسر 2 به 1

4) چهار مالتی پلکسر 4 به 1 و یک دیکودر 2 به 4

۱۰- تابع خروجی مدار ترکیبی زیر کدام است؟



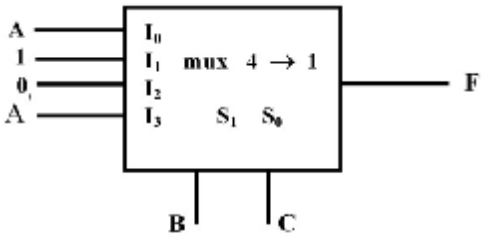
1) $F = A_1B_1 + A_2B_2 + ...A_nB_n$

2) $F = (A_1 \mathbf{e} B_1)(A_2 \mathbf{e} B_2)...(A_n \oplus B_n)$

3) $F = (A_1 \oplus B_1)(A_2 \oplus B_2)...(A_n \oplus B_n)$

4) $F = A'_1B_1 + A'_2B_2 + ...A'_nB_n$

۱۱- با توجه به مدار روبرو و جدول زیر تابع F برابر است با:



1) $F(A,B,C) = \sum(\mathbf{0},2,6,7)$

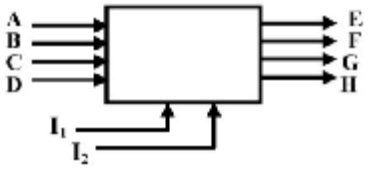
2) $F(A,B,C) = \sum(\mathbf{0},1,5,7)$

3) $F(A,B,C) = \pi(\mathbf{0},2,6,7)$

4) $F(A,B,C) = \pi(2,\mathbf{0},4,6)$

۱۲- در یک سیستم کنترلی که دارای چهار ورودی و چهار خروجی و دو ورودی کنترل می‌باشد و طبق جدول زیر عمل می‌نماید توابع خروجی E و F کدام است؟

I_1	I_2	E	F	G	H
0	**0**	1	1	1	1
0	1	A	B	C	D
1	**0**	A′	B′	C′	D′
1	1	**0**	**0**	**0**	**0**



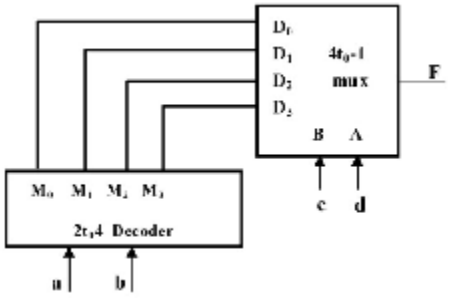
1) $E = I'_1I'_2 + I'_1I'_2A + I'_1I'_2A'$
$F = I'_1I'_2 + I'_1I'_2B + I'_1I'_2B'$

2) $E = I'_1I'_2A + I'_1I'_2A' + I_1I_2$
$F = I'_1I'_2B + I'_1I'_2B' + I_1I_2$

3) $E = A + I'_1I'_2 + I_1I_2$
$F = B + I'_1I'_2 + I_1I_2$

4) $E = I_1I_2 + I'_1I_2 + AI_1I'_2 + A'I'_1I'_2$
$F = I_1I_2 + I'_1I_2 + BI_1I'_2 + B'I'_1I'_2$

۱۳- مدار مقابل را در نظر بگیرید. B ورودی پردازش تردی کدر و مالتی پلکسر است. کدام گزینه بیانگر تابع $F(a,b,c,d)$ است؟



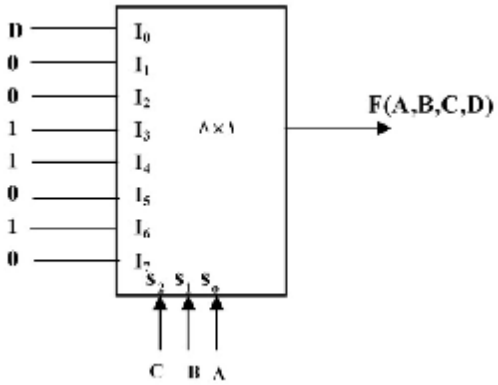
1) $F = \mathbf{0}$

2) $F = \sum m(\mathbf{0},5,10,15)$

3) $F = a'b' + ab + c'd' + cd$

4) $F = 1$

۱۴- کدامیک از جدول‌های کارنو زیر حاصل جدول صحت تابع F می‌باشد؟



(1)

CD \ BA	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	1	0	1
11	0	0	0	1
10	1	0	0	1

(2)

CD \ BA	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	1	0	1	0

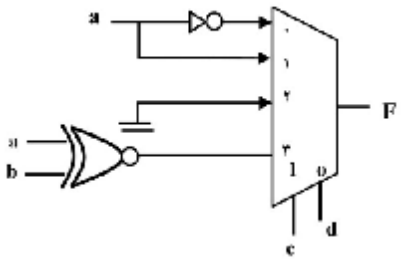
(3)

CD \ BA	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	0	0	1	0

(4)

CD \ BA	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	0	0	1	0

۱۵- مدار زیر، پیاده‌سازی کدم رابطه است؟



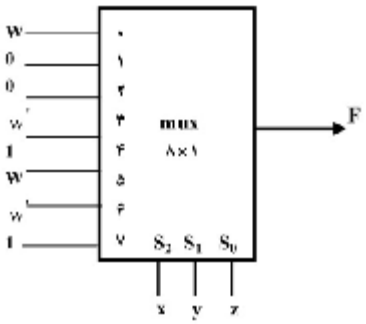
(1) $F(a,b,c,d) = \sum m(0,1,3,5,7)$

(2) $F(a,b,c,d) = \sum m(1,3,5,7,11,15)$

(3) $F(a,b,c,d) = \sum m(0,3,4,9,13,15)$

(4) $F(a,b,c,d) = \sum m(0,3,5,7,13,15)$

۱۶- مدار مقابل پیاده‌سازی کدامیک از روابط زیر است؟



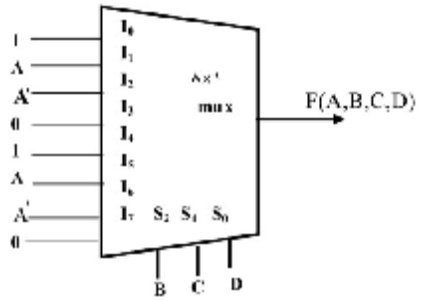
(1) $F(w,x,y,z) = \sum (0,1,3,5,7,11,14)$

(2) $F(w,x,y,z) = \sum (1,3,6,7,8,11,12)$

(3) $F(w,x,y,z) = \sum (3,4,6,7,8,12,13,15)$

(4) $F(w,x,y,z) = \sum (3,5,7,9,11,13,15)$

۱۷- مداری دارای ۴ ورودی A,B,C,D **و خروجی F با استفاده از یک مالتی پلکسر** $8\rightarrow 1$ **طبق شکل زیر طراحی گردیده است، ترم‌های این مدار که به ازای آن خروجی high می‌باشد را بنویسید.**



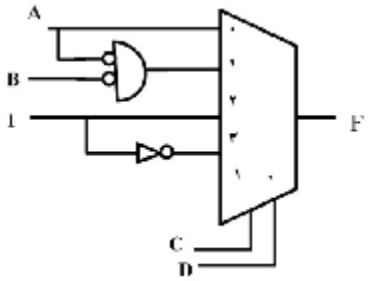
1) $F(a,b,c,d)=\sum m(0,4,8,12,14)$

2) $F(a,b,c,d)=\sum m(1,3,5,7,9,11,13)$

3) $F(a,b,c,d)=\sum m(0,2,4,6,8,9,12,13)$

4) $F(a,b,c,d)=\sum m(0,2,6,8,9,12)$

۱۸- مدار یک مالتی پلکسر چهار به ۱ $(mux4\times 1)$ **بفرم زیر بسته شده است. خروجی این مدار به ازاء چه ترکیباتی از ورودی‌های ABCD برابر ۱ می‌گردد؟**



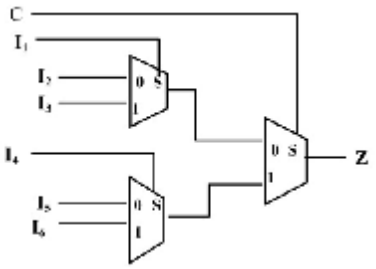
1) $0,1,6,8,12,15$

2) $1,2,6,8,10,12,14$

3) $1,3,5,7,13,14,15$

4) $1,2,8,12,14$

۱۹- در شکل زیر با ارتباط دادن ورودی‌های b,a به خطوط $I_1I_2I_3I_4I_5I_6$ **مدار را به گونه‌ای بسازید که خروجی Z معادل تابع** $Z=abc+ac'+bc'$ **شود.**



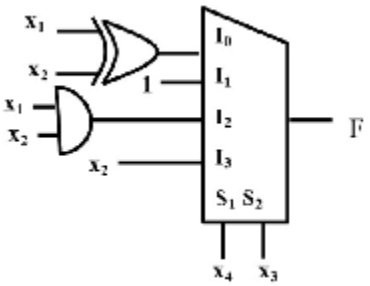
1) $I_1I_2I_3I_4I_5I_6=ab0ba1$

2) $I_1I_2I_3I_4I_5I_6=ab1a\,0\,b$

3) $I_1I_2I_3I_4I_5I_6=abb1ab$

4) $I_1I_2I_3I_4I_5I_6=01ab10$

۲۰- تابع خروجی برای مدار روبرو به چه صورت است؟



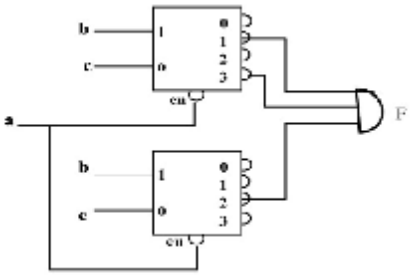
1) $F(x_4,x_3,x_2,x_1)=\sum m(1,2,4,5,6,7,11,14,15)$

2) $F(x_4,x_3,x_2,x_1)=\sum m(1,4,5,9,10,11,12,13,15)$

3) $F(x_4,x_3,x_2,x_1)=\sum m(0,3,4,5,6,7,10,11,15)$

4) $F(x_4,x_3,x_2,x_1)=\sum m(1,2,3,4,5,7,11,13,15)$

۲۱- شکل مقابل از دو دیکدر دو ورودی تشکیل شده که دارای active-low enable می‌باشند خروجی‌های دیکودرها نیز active-low هستند. تابع خروجی صحیح کدام است؟



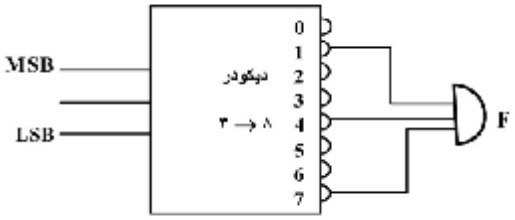
1) $F(a,b,c)=\sum m(1,3,6)$

2) $F=(a,b,c)=\sum m(2,5,7)$

3) $F(a,b,c)=\sum m(0,1,3,4,6)$

4) $F(a,b,c)=\sum m(0,2,4,5,7)$

۲۲- تابع F که توسط مدار مقابل ایجاد می‌شود معادل کدام گزینه است؟



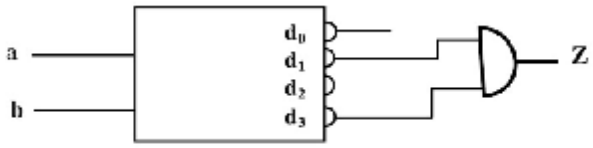
1) $F(a,b,c)=\sum m(1,2,4,7)$

2) $F(a,b,c)=\sum m(0,2,3,5,6)$

3) $F(a,b,c)=\pi m(1,2,5,7)$

4) $F(a,b,c)=\pi m(0,2,3,4,5,6)$

۲۳- خروجی‌های دیکودر زیر، active low هستند. مقدار خروجی Z چقدر است؟



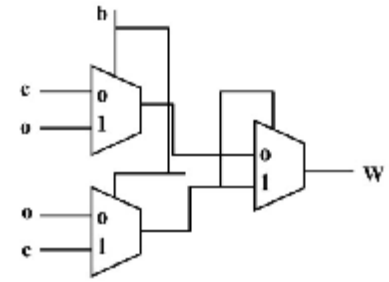
1) 0

2) b

3) 1

4) b'

۲۴- مدار زیر کدام تابع را انجام می‌دهد؟



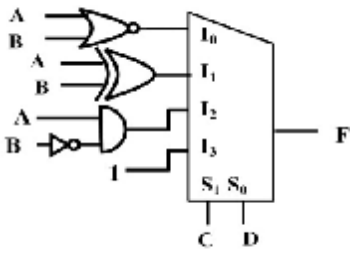
1) $w=b'c$

2) $w=b\oplus c$

3) $w=\overline{b\oplus c}$

4) $w=b'+c'$

۲۵- مینترم‌های تابع $F(A,B,C,D)$ کدامند؟



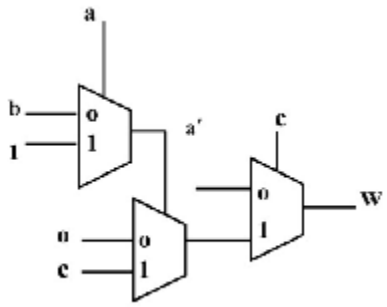
1) $m_0,m_3,m_4,m_5,m_7,m_9,m_{11},m_{15}$

2) $m_0,m_3,m_5,m_7,m_9,m_{10},m_{11},m_{15}$

3) $m_1,m_2,m_4,m_6,m_8,m_{12},m_{13},m_{14}$

4) $m_1,m_2,m_6,m_6,m_8,m_{10},m_{12},m_{13},m_{14}$

۲۶- با در نظر گرفتن مدار زیر، معادله خروجی w را بنویسید؟



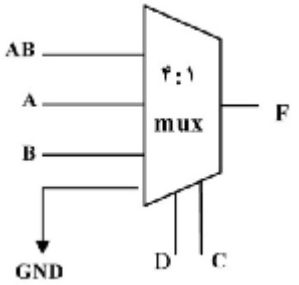
1) $\bar{a}b + a \oplus b$

2) $a' \oplus c + bc$

3) $ab + a'c + ac'$

4) $a'c' + c(a + b + c)$

۲۷- کدام (k-map) جدول کارنو معرف مالتی پلکسر (mux) زیر می‌باشد؟



C D

1)

DC \ BA	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	1	1	0
11	0	0	0	0
10	0	0	1	1

2)

DC \ BA	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	1	0	1
11	0	0	0	0
10	0	0	1	1

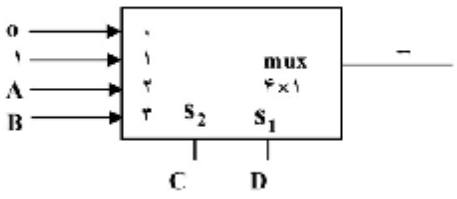
3)

DC \ BA	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	1	0	1
11	0	0	0	0
10	0	0	1	1

4)

DC \ BA	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	1	1	0
11	0	0	0	0
10	0	0	1	1

۲۸- کدام گزینه برای نمایش خروجی مدار شکل مقابل صحیح است؟



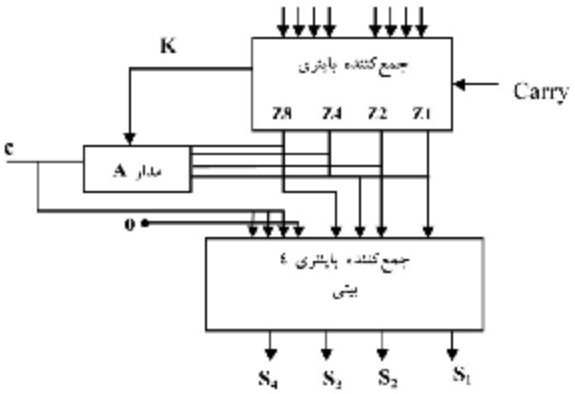
1) $F(A,B,C,D) = \sum m(1,5,7,9,10,13,14,15)$

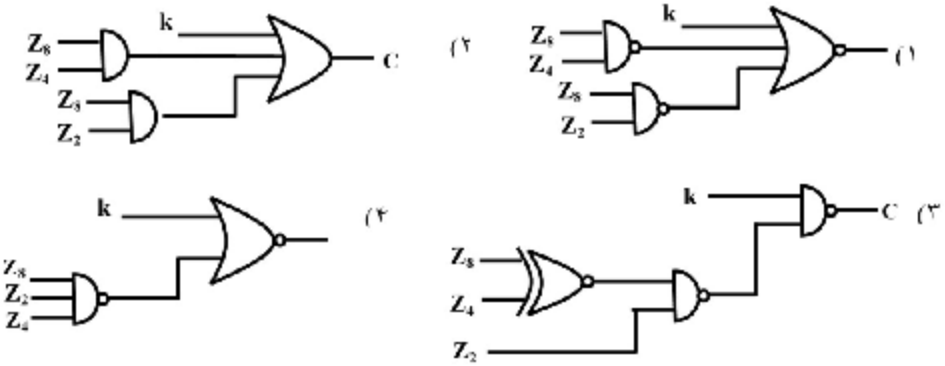
2) $F(A,B,C,D) = \sum m(2,6,7,9,10,13,14,15)$

3) $F(A,B,C,D) = \sum m(4,5,6,7,10,11,13,14)$

4) $F(A,B,C,D) = \sum m(6,7,9,11,12,13,14,15)$

۲۹- توسط یک مدار (A) و دو تمام جمع‌کننده، می‌توان یک جمع‌کننده BCD طراحی نمود مدار A را طراحی نمایید (کدام گزینه را می‌توان بجای مدار A قرار داد)





۳۰- مدار منطقی زیر را در نظر بگیرید:

$y = \bar{x}_2\bar{x}_3 + x_1x_3 + x_1\bar{x}_3$

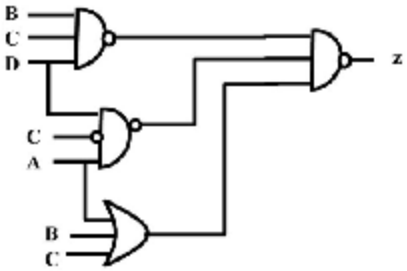
1) این مدار فاقد هر گونه هازارد می‌باشد.

2) این مدار دارای هازارد استاتیک در انتقال از حالت $x_1x_2x_3x_4 = 0001$ به حالت $x_1x_2x_3x_4 = 1001$ می‌باشد.

3) این مدار دارای هازارد استاتیک در انتقال از حالت $x_1x_2x_3x_4 = 1111$ به حالت $x_1x_2x_3x_4 = 1101$ می‌باشد.

4) هر دو جواب (2) و (3) صحیح است.

۳۱- مدار ترکیبی زیر از نظر Static Hazard چه وضعیتی دارد؟



1) مدار Hazard ندارد.

2) در سه وضعیت Hazard دارد.

3) در یک وضعیت Hazard دارد.

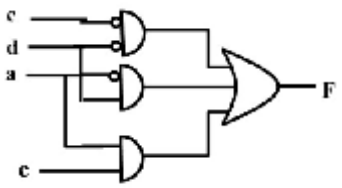
4) در دو وضعیت Hazard دارد.

۳۲- از طریق روش Quinc-MC کلیه PIها بدست آمده است. (A,B,C,D) و در جدول Prime IMPlicant table زیر نمایش داده شده است. ساده‌ترین تابع مربوط در دو حالت (۱) Hazard باشد. و (۲) Hazard Free نباشد را مشخص کنید.

PI	Minterms			
A	*			
B		*		*
C		*	*	
D			*	*

1) $\left.\begin{matrix}A+B+C+D-1\\A+D-2\end{matrix}\right\}$ 2) $\left.\begin{matrix}A+B+C+D-1\\A+D+C-2\end{matrix}\right\}$ 3) $\left.\begin{matrix}C+A-1\\A+B+C-2\end{matrix}\right\}$ 4) $\left.\begin{matrix}A+B+C+D-1\\A+B-2\end{matrix}\right\}$

۳۳- در مدار زیر لیست Potential Hazard را نشان دهید.



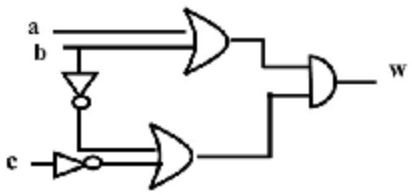
1) $abcd \leftrightarrow abcd$
$0000 \leftrightarrow 0001$
$0100 \leftrightarrow 0101$
$0111 \leftrightarrow 1111$

2) $abcd \leftrightarrow abcd$
$0000 \leftrightarrow 0001$
$1111 \leftrightarrow 0101$
$0100 \leftrightarrow 0101$

3) $abcd \leftrightarrow abcd$
$1100 \leftrightarrow 0101$
$0111 \leftrightarrow 1111$
$0000 \leftrightarrow 0001$

4) $abcd \rightarrow abcd$
$0000 \leftrightarrow 0001$
$0100 \leftrightarrow 0101$
$0111 \leftrightarrow 1000$

۳۴- در مدار زیر اضافه کردن کدام گیت باعث از بین رفتن Potential Hazard خواهد شد؟



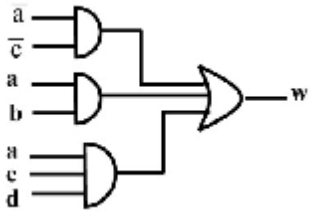
1) $ANd : a'c$

2) $NAND : \overline{\bar{a}c}$

3) $NoR : \overline{\bar{a}+b}$

4) $NAND : \overline{b'a}$

۳۵- در مدار زیر Hazard ها کدامند؟



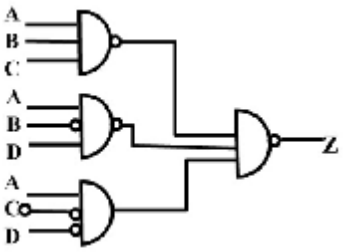
1) $abcd: 1111 \leftrightarrow 1\mathbf{0}11,\ \ \mathbf{0}1\mathbf{0}1 \leftrightarrow 1\mathbf{0}11$

2) $abcd: \mathbf{0}\mathbf{0}\mathbf{0}1 \leftrightarrow \mathbf{0}\mathbf{0}11,\ \ \mathbf{0}1\mathbf{0}1 \leftrightarrow \mathbf{0}111$

3) $abcd: 11\mathbf{0}\mathbf{0} \leftrightarrow 1111,\ \ \mathbf{0}1\mathbf{0}\mathbf{0} \leftrightarrow 11\mathbf{0}\mathbf{0}$

4) $abcd: \mathbf{0}1\mathbf{0}\mathbf{0} \leftrightarrow 11\mathbf{0}\mathbf{0},\ \ \mathbf{0}1\mathbf{0}1 \leftrightarrow 11\mathbf{0}1$

۳۶- مدار ترکیبی زیر را از نظر هازارد استاتیک چه وضعیتی دارد؟



1) هازارد ندارد.

2) در سه وضعیت هازارد دارد.

3) در یک وضعیت هازارد دارد.

4) در دو وضعیت هازارد دارد.

۳۷- تابع بولین $F(A,B,C,D) = A'D'E' + B'C'D' + C'DE'$ **را در نظر بگیرید. پس از رفع تمام Hazard ها در این تابع به کدام یک از گزینه‌های زیر خواهیم رسید؟**

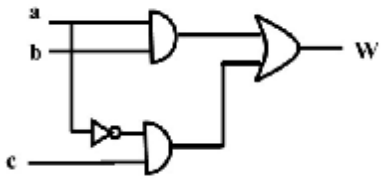
1) $A'DE' + B'C'D' + C'D'E' + A'B'C'E' + B'C'E'$

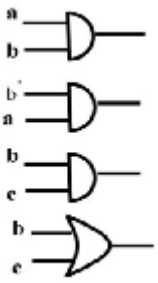
2) $A'D'E' + B'C'D' + C'D'E'$

3) $A'D'E' + B'C'D' + C'DE' + A'B'C'D' + A'B'C'E'$

4) $A'D'E' + B'C'D' + C'DE' + A'C'E' + B'C'E'$

۳۸- برای رفع Hazard در مدار نشان داده شده اضافه کردن چه تابعی به خروجی لازم است؟





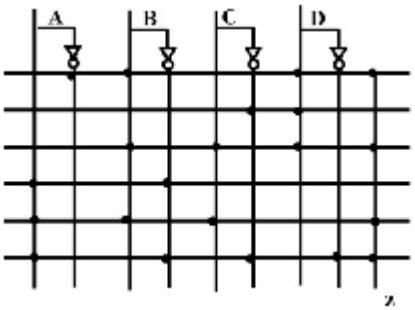
1) به W اضافه گردد.

2) به W اضافه گردد.

3) به W اضافه گردد.

4) به W اضافه گردد.

۳۹- شکل مقابل نمودار اتصالات داخلی یک PLA را نشان می‌دهد. معادله تابع خروجی کدام است؟



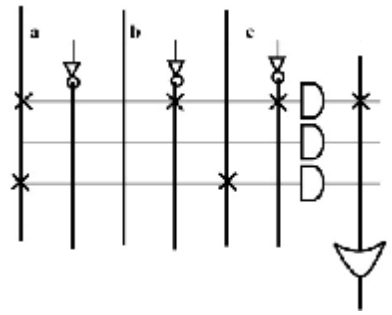
1) $Z = A'BD + BCD + ABC + AB'C'D'$

2) $Z = A'B + ABC + BC'D + AC'D'$

3) $Z = A'B'D' + ABC'D' + ABD + BCD$

4) $Z = A'B'D' + BC'D + ABC + A'B'C'D'$

۴۰- در PLA نشانداده شده خروجی w چه می‌باشد؟



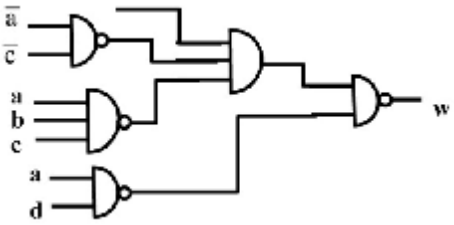
1) $W = a'bc + a'c'$

2) $W = ab'c' + ac$

3) $W = (a + b' + c')(a + c)$

4) $W = (ab'c').(ac)$

۴۱- در مدار زیر که با؟ علامت‌گذاری شده چه باشد تا w همگی Hazard های مدار رفع گردد؟



1) cd'

2) –

3) $c'd$

4) $c'd'$

۴۲- کدام گزینه ساده‌ترین پیاده‌سازی فاقد Hazard تابع زیر را نشان می‌دهد؟

$$F(a,b,c,d) = \sum m(1,2,6,7,8,9,15) + \sum d(5)$$

1) $F(a,b,c,d) = ab'c' + b'c'd' + bcd + a'cd'$

2) $F(a,b,c) = ab'c' + a'c'd' + bcd + a'cd + a'bc$

3) $F(a,b,c) = ab'c' + b'c'd + bcd + a'cd' + a'bc$

4) $F(a,b,c,d) = ab'c' + a'c'd + bcd + a'cd + a'bd$

۴۳- کدام گزینه اندازه‌ی Rom لازم برای پیاده‌سازی هر یک از مدارات ترکیبی زیر را درست نشان داده است؟

الف) یک جمع‌کنند / تفریق‌کننده‌ی ۱۶ بیتی با cin و cout

ب) ضرب‌کننده‌ی ۸×۸

1) الف) 16×2^{32} ب) 16×2^{16}

2) الف) 17×2^{17} ب) 16×2^{16}

3) الف) 17×2^{23} ب) 16×2^{8}

4) الف) 17×2^{34} ب) 16×2^{16}

۴۴- تعداد $F = (a,b,c,d) = ab + a'c + c'd$ را در نظر بگیرید. برای پیاده‌سازی این تابع به صورت Hazard Free به حداقل چه تعداد گیت نیاز داریم؟

1) 5 گیت AND با 2 ورودی و یک گیت oR با 5 ورودی

2) 3گیت AND با 2 ورودی، 2 گیت AND با 3 ورودی و یک گیت oR با 5 ورودی

3) 6 گیت AND با 2 ورودی و یک گیت oR با 6 ورودی

4) 3 گیت AND با 2 ورودی، 3 گیت AND با 3 ورودی و یک گیت oR با 5 ورودی

پاسخنامه فصل سوم

1- (3) اگر $A = B$ باشد طبق سوال آنگاه $A \oplus B = 0$

$$\left.\begin{matrix} sum = A \oplus B \oplus cin \\ sum = 0 \oplus cin = cin \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} out = out \oplus sum \oplus cin \\ out = cout \oplus cin \oplus cin \end{matrix}\right\} \Rightarrow out = cout \oplus 0 = cout$$

2- (3) S_2 و S_1 مربوط به FA اولی است پس ارزش مکانی آن از S_2 بیشتر است.

3- (2)

$$\begin{cases} x = a'b + \bar{a}b + a \oplus b \\ y = ab \end{cases}$$

4- (4) مدار فوق عمل تفریق را انجام می‌دهد: $F = A + \bar{B} + 1 = A - B$

زمانی که $S_3 = 0$ است دیود روشن می‌شود و هر وقتی که $S_3 = 1$ است دیود خاموش می‌شود. بنابراین زمانی $A \geq B$ دیود روشن است.

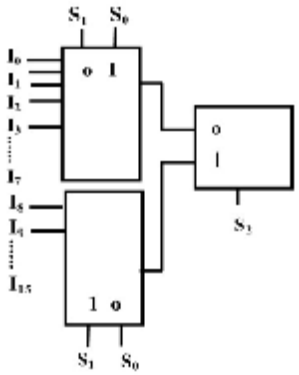
5- (2)

6- (1) برای تبدیل کد افزونی 3 به BCD باید 3 واحد کمک کنیم: به خاطر همین از عدد 0011 مکمل 2 گرفته که معادل 1101 می‌شود. $BCD = ex3 + 1101$

7- (3) $S = A + B' + 1 = A - B$

8- (2)

9- (2)



10- (2) برای تساوی XNoR، برای عدم تساوی از XoR استفاده می‌کنیم.

11- (3) $F = \sum m(1,3,4,5) = \pi(0,2,6,7)$

	I_0	I_1	I_2	I_3
A'	0	①	2	③
A	④	⑤	6	7
	A	1	0	A'

12- (1)

$$E = I'_1 I'_2 + I'_1 I'_2 A + I'_1 I'_2 A'$$
$$F = I'_1 I'_2 + I'_1 I'_2 B + I'_1 I'_2 B'$$

(2) -13

$F = a'b'c'd' + a'bc'd + ab'cd' + abcd = \sum m(0,5,10,15)$

(2) -14 $F = \sum m(3,4,6,8,11,12,14)$

	I_0	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7
D'	۰	۱	۲	(۳)	(٤)	۵	(٦)	۷
D	(۸)	۹	۱۰	(۱۱)	(۱۲)	۱۳	(۱٤)	۱۵
	D	۰	۰	۱	۱	۰	۱	۰

(3) -15

$F = a'c'd' + ac'd + cd(ab + a'b')$

$F = a'c'd' + ac'd + a'b'cd$

$F = a'bc'd' + ab'c'd' + ab'c'd + abc'd + abcd + a'b'cd$

$F = \sum m(0,3,4,9,13,15)$

(3) -16

	I_0	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7
W'	۰	۱	۲	(۳)	(٤)	۵	(٦)	(۷)
W	(۸)	۹	۱۰	۱۱	(۱۲)	(۱۳)	۱٤	(۱۵)
	W	۰	۰	W'	۱	W	W'	۱

$F = \sum m(3,4,6,7,8,12,13,15)$

(3) -17

	I_0	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7
A'	(۰)	۱	۲	۳	(٤)	۵	(٦)	۷
A	(۸)	(۹)	(۱۰)	۱۱	(۱۲)	(۱۳)	۱٤	۱۵
	۱	A	A'	۰	۱	A	A'	۰

$F = \sum m(0,2,4,6,8,9,12,13)$

(2) -18 $F = AC'D' + A'B'C'D + CD'$

$F = AB'C'D' + ABC'D' + A'B'C'D + ABCD' + A'B'C'D' + AB'CD' + A'BCD'$

$F = \sum M(1,2,6,8,10,12,14)$

(2) -19 باید از گزینه‌ها کمک بگیریم:

اگر $I_6 = b, I_5 = 0, I_4 = a, I_3 = 1, I_2 = b, I_1 = a$ در نظر بگیریم:

$Z = abc + ac' + bc'$ بعد از پیاده‌سازی $\Rightarrow Z = c'a'b + c'a + cab$

(1) -20

$F = x'_4x'_3(x_1 \oplus x_2) + x'_4 + x_3 + x_4x'_3x_1 + x_4x_3x_2$

$F = x'_4x'_3x_2x'_1 + x'_4x'_3x'_2x_1 + (x'_4x_3) + x_4x'_3x_1 + x_4x_3x_2$

$F = \sum m(1,2,4,5,6,7,11,14,15)$

21- (4) (شماره خروجی‌هایی از دیکدر در AND شرکت کرده‌اند) $F = \pi m$

$$F = \pi m(1,3,6) = \sum m(0,2,4,5,7)$$

22- (2) مشابه تست قبل $F = \pi m(1,4,7) = \sum m(0,2,3,5,6)$

23- (4)

$$Z = M_1 M_3 (a + b')(a' + b') = b'$$

24- (3)

$$Mux_1 = I_0 S' + I_1 S = b'c' + b \times 0 = b'c'$$

$$Mux_2 = I_0 S' + I_1 S = b' \times 0 + bc = bc$$

$$Mux_3 = Mux_1 S' + Mux_2 S = b'c' + bc = b \oplus c$$

25- (2)

$$F = A'B'C'D' + (A \oplus B)C'D + AB'CD' + CD$$

$$F = A'B'C'D' + AB'C'D + A'BC'D + AB'CD' + CD$$

$$F = \sum m(0,3,5,7,9,10,11,15)$$

26- (2)

$$Mux_1 = \bar{a}\, b + a = a + b$$

$$Mux_2 = (a + b).c = ac + bc \qquad Mux_3 = c'a + c(ac + bc) = a'c' + ac + bc = \overline{a \oplus c} + bc$$

27- (1) با انتقال به جدول کارنو گزینه (1) جواب است. $F = ABC'D' + AC'D + BCD'$

28- (1)

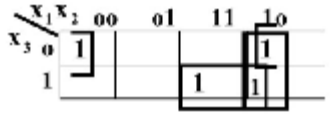
$$F = C'D + ACD' + BCD$$

$$F = \sum m(1,5,7,9,10,13,14,15)$$

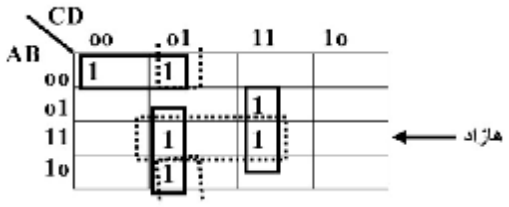
29- (2) در متن درس مدار BCD ترسیم شده است.

30- (1) ابتدا تابع را به جدول کارنو انتقال دهیم.

مدار فاقد هازارد است.



31- (4) ابتدا تابع را به جدول کارنو منتقل می‌کنیم.



$Z = \overline{\overline{BCD}.\overline{AC'D}}.(A+B+C) \Rightarrow Z = BCD + AC'D + A'B'C'$

32- (2) در حالت Hazard Free کلیه PIهای لازم است. اما در حالت Hazard، PIهای لازم است که جدول را پوشش دهد.

33- (1) ابتدا تابع F را به جدول کارنو انتقال دهیم: $F = c'd' + a'd + ac$

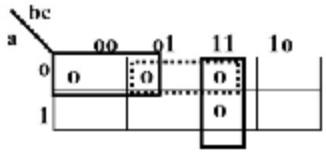
یک‌های پوشش داده نشده با خط‌چین مشخص شده است

$0000 \leftrightarrow 0001$

$0100 \leftrightarrow 0101$

$0111 \leftrightarrow 1111$

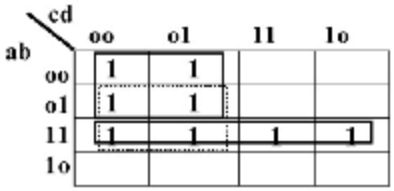
34- (2) ابتدا تابع را به جدول انتقال دهید:



$W = (a+b)(b'+c')$

$W = a'b' + bc + \bar{a}c$ حذف هازارد $\bar{W} = a'b' + bc$

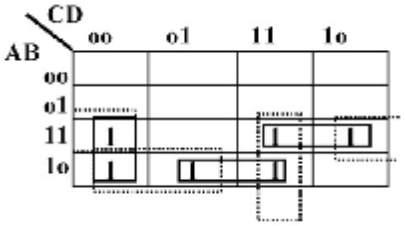
35- (4) $W = a'c + ab + acd$



$1100 \leftrightarrow 0100$

$1101 \leftrightarrow 0101$

36- (2) $Z = ABC + AB'D + AC'D'$



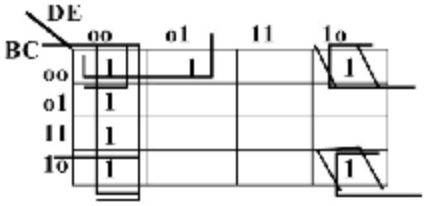
$1100 \leftrightarrow 1110$

$1000 \leftrightarrow 1001$

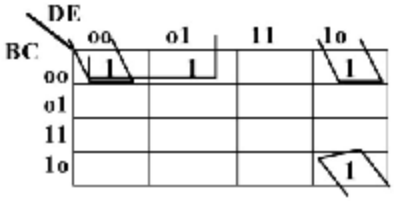
$1011 \leftrightarrow 1111$

37- (4)

جملات $A'C'E'$ و $B'C'E'$ باید اضافه شود.

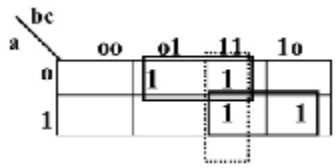


A-0



A-1

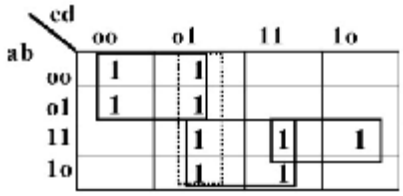
38- (3) کافی است جمله BC به آن اضافه شود. $W = ab + \bar{a}c$



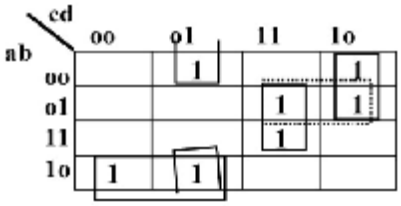
-39 (1) نقاطی برای خروجی Z در نظر گرفته که، پررنگ است.

-40 (2) $W = ab'c' + ac$

-41 (3) $W = \overline{\overline{a'c'}.\overline{abc}.\overline{ad}} = a'c' + abc + ad$ جمله c'd باید به حاصل W اضافه شود.



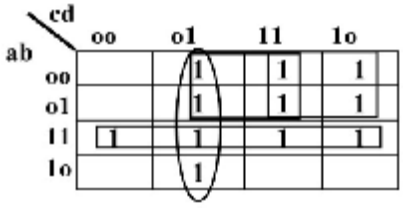
-42 (3) $F = a'cd' + bcd + ab'c' + b'c'd' + a'bc$



-43 (4) جمع و تفریق‌کننده 16 بیتی دارای 34 خط ورودی (2 بیت برای cin و cout) و دارای 17 خط خروجی است. (یک بیت رقم نقلی)

ضرب‌کننده 8×8 نیز دارای 16 ورودی و 16 خروجی است.

-44 (1)



فصل چهارم: مدارات ترتیبی

مدارهای دیجیتال که تاکنون مورد توجه قرار گرفتند، مدارهای ترکیبی بودند. خروجی اینگونه مدارها در هر لحظه از زمان کاملاً وابسته به ورودیهای همان زمان است.

بلوک دیاگرام یک مدار ترتیبی در شکل زیر نشان داده شده است. این مدار شامل یک مدار ترکیبی است که عناصر حافظه برای تشکیل یک مسیر فیدبک به آن متصل شده‌اند. عناصر حافظه قطعاتی هستند که می‌توانند اطلاعات دودویی را در خود ذخیره نمایند.

مدارهای ترتیبی از نظر مسائل زمانی سیگنال‌هایشان به دو نوع اساسی سنکرون و آسنکرون طبقه‌بندی می‌شوند. یک مدار ترتیبی سنکرون، سیستمی است که از روی سیگنال‌هایش در فواصل گسسته زمانی می‌توان عملکردش را تعیین نمود و در مقابل، عملکرد یک مدار ترتیبی آسنکرون به ترتیب تغییر سیگنال‌های ورودی آن که می‌توانند در هر لحظه از زمان روی مدار تاثیر کند وابسته است.

تذکر ۱: مدار ترتیبی سنکرون کلاک به تمام فلیپ فلاپ‌ها متصل است. ولی در مدار ترتیبی آسنکرون کلاک فقط به اولین فلیپ فلاپ متصل است.

عناصر حافظه‌ای که در مدارهای ترتیبی با پالس ساعت بکار می‌روند فلیپ فلاپ نامیده می‌شوند. فلیپ فلاپ سلولهای دودویی هستند که قادر به ذخیره یک بیت از اطلاعات می‌باشند.

فلیپ فلاپ انواع متفاوتی دارند که به بررسی هر کدام می‌پردازیم:

۱- فلیپ فلاپ SR

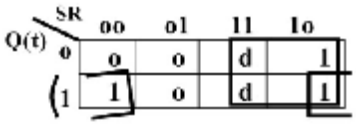
المانی فیزیکی است که به عنوان یک عنصر تاخیرکننده می‌تواند بکار گرفته شود. این المان دارای دو ورودی به نام R,S می‌باشد.

برای نشان دادن جدول صحت این مدار از دو متغیر $Q(t+1),Q(t)$ استفاده می‌شود. که در آن $Q(t+1)$ مفهوم خروجی مدار در این لحظه می‌باشد و $Q(t)$ مقدار خروجی را در لحظه قبل از تغییر ورودی‌های جدید که باعث ایجاد خروجی $Q(t+1)$ شده است.

حالت بعدی حالت فعلی

Q(t)	S	R	Q(t+1)
0	**0**	**0**	**0**
0	**0**	1	**0**
0	1	**0**	1
0	1	1	×
1	**0**	**0**	1
1	**0**	1	**0**
1	1	**0**	1
1	1	1	×

SR- جدول صحت

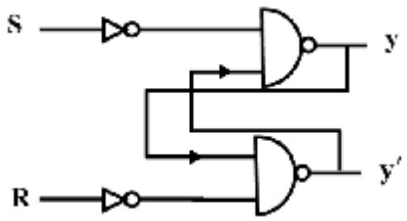


$$Q(t+1) = S + R'Q(t)$$

SR- معادله حالت

مطابق جدول صحت، وقتی عملکرد مدار بررسی می‌کنیم اگر $S=1$ و $R=0$ باشد، اصطلاحاً می‌گوییم مدار set است یعنی خروجی آن «1» شده است. اگر پس از آن $S=0$ شود، همانطور که در جدول دیده می‌شود، مدار در وضعیت set باقی می‌ماند ولی اگر $R=1$ شود اصطلاحاً می‌گوییم مدار Reset شده است یعنی خروجی در این لحظه صفر است و اگر در این لحظه $R=0$ شود، مدار در حالت Reset باقی می‌ماند. اگر S و R همزمان در حالت 1 قرار بگیرند مدار در حالت نامشخص است.

مدار داخلی فلیپ فلاپ SR را با گیت NAND پیاده‌سازی می‌کنیم:



مدار داخلی فلیپ فلاپ SR با استفاده از گیت NAND

جدول تحریک فلیپ فلاپ SR

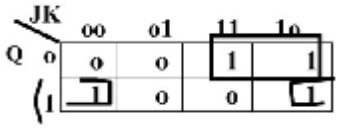
Q(t)	Q(t+1)	S	R
0	**0**	**0**	×
0	1	1	**0**
1	**0**	**0**	1
1	1	×	**0**

۲- فلیپ فلاپ JK

برای رفع عیب فلیپ فلاپ SR کاربرد دارد. دو ورودی J =1 و K =1 برای این مقدار قابل قبول است.

Q(t)	J	K	Q(t+1)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

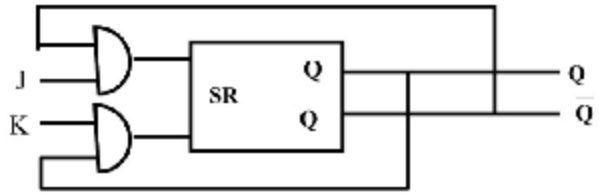
جدول صحت JK



$$Q(t+1) = JQ' + K'Q$$

معادله حالت JK

در این فلیپ فلاپ نیز مانند نوع SR ورودی تمام صفر یعنی $J=0$ و $K=0$ تأثیری در حالت خروجی فلیپ فلاپ نـدارد و همان حالت قبلی حفظ می‌شود. ولی اگر $K=1$ و $J=1$ باشد یک ورودی قابل قبول، که باعث عکس حالت قبلی است. مدار داخلی فلیپ فلاپ JK براساس فلیپ فلاپ SR است.



مدار داخلی فلیپ فلاپ JK

جدول تحریک فلیپ فلاپ JK

Q(t)	Q(t+1)	J	K
0	0	0	×
0	1	1	×
1	0	×	1
1	1	×	0

۳- فلیپ فلاپ T

چنانچه در این فلیپ فلاپ $T=1$ شود باعث تغییر در خروجی می‌شـود یعنـی اگـر خروجـی صـفر باشـد، مقـدار آن «1» می‌شود و برعکس اگر خروجی یک باشد مقدار آن «0» می‌شود. این فلیپ فلاپ را به این خاطر فلیپ فـلاپ جهتـی نیـز می‌نامند.

T	Q(t+1)
0	Q(t)
1	$\overline{Q(t)}$

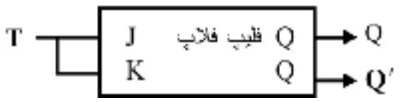
$$Q(t+1) = T \oplus Q(t)$$

جدول مشخصه T معادله حالت T

مدار داخلی فلیپ فلاپ T براساس JK است:

جدول تحریک فلیپ فلاپ T:

Q(t)	Q(t+1)	T
0	**0**	**0**
0	1	1
1	**0**	1
1	1	**0**



۴- فلیپ فلاپ D:

این مدار تأخیر دهنده شبیه به یک عنصر تأخیردهنده ساعت عمل می‌کند به این ترتیب که هر ورودی به آن می‌دهیم در یک فاصله زمانی مشخص بعداً همان ورودی را به صورت خروجی دریافت می‌کنیم. از این رو، این را فلیپ فلاپ تأخیر می‌نامند.

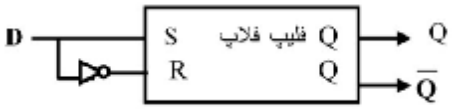
D	Q(t+1)
0	**0**
1	1

جدول مشخصه D

$Q(t+1) = D$

معادله مشخصه D

تذکر ۲: چنانچه ورودیهای SR یا JK را با یک گیت NOT به همدیگر ارتباط دهیم Dff حاصل می‌شود.



جدول تحریک فلیپ فلاپ D:

Q(t)	Q(t+1)	D
0	**0**	**0**
0	1	1
1	**0**	**0**
1	1	1

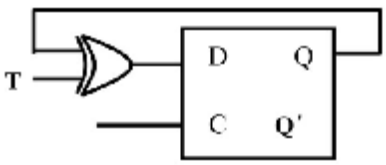
مثال: با استفاده از فلیپ فلاپ D، فلیپ فلاپ T بسازید:

حل: با توجه به معادله حالت فلیپ فلاپ‌های و D داریم:

معادله فلیپ فلاپ D $\Rightarrow \boxed{D = T \oplus Q}$ $\Rightarrow$

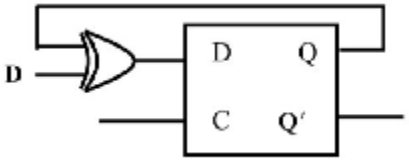
یا

معادله فلیپ فلاپ T $\boxed{D = TQ' + T'Q}$



مثال: با استفاده از فلیپ فلاپ T، فلیپ فلاپ D بسازید.

حل:

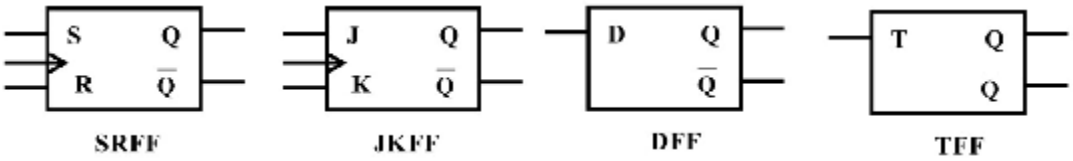


$$\left.\begin{matrix} Q = D \\ Q = T \oplus Q \end{matrix}\right\} \text{معادله فلیپ فلاپ} \Rightarrow D = T \oplus Q \Rightarrow \boxed{T = D \oplus Q}$$

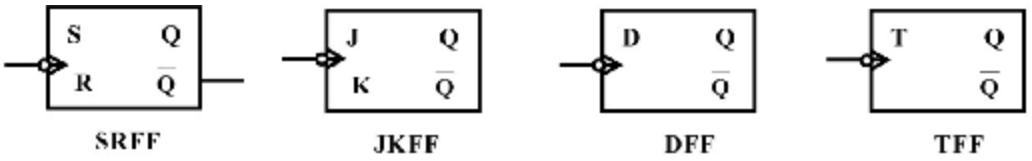
یا $\boxed{T = DQ' + D'Q}$

سمبل‌های گرافیکی برای فلیپ فلاپ‌ها

سمبل‌های گرافیکی زیر که با لبه مثبت کار می‌کنند:

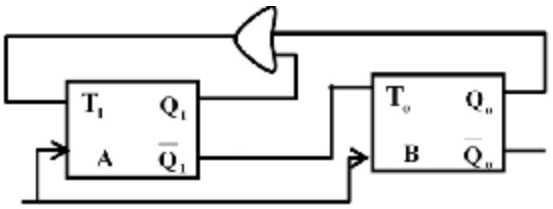


سمبل‌های گرافیکی زیر که با لبه منفی کار می‌کنند:



تحلیل مدارهای ترتیبی سنکرون

مثال: مدار ترتیبی سنکرون زیر را تحلیل کنید. جدول حالت و دیاگرام حالت آن را رسم کنید.



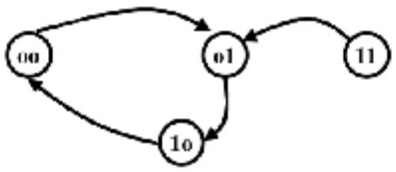
حل: ابتدا معادله فلیپ فلاپ را بدست می‌آوریم:

$T_A = A + B$

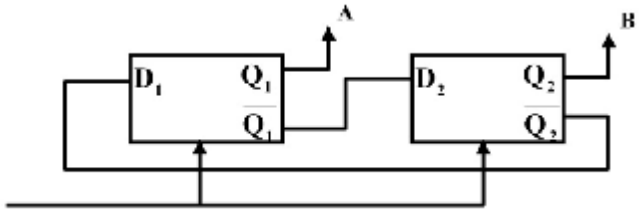
$T_B = A'$

A(t)	B(t)	T_A	T_B	A(t+1)	B(t+1)
0	**0**	**0**	1	**0**	1
0	1	1	1	1	**0**
1	**0**	1	**0**	**0**	**0**
1	1	1	1	**0**	1

دیاگرام حالت، که تغییرات حالات را نشان می‌دهد:



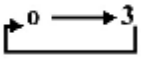
مثال: مدار مقابل چه سیکلی را طی می‌کند؟



حل: ابتدا معادله حالت را بدست می‌آوریم:

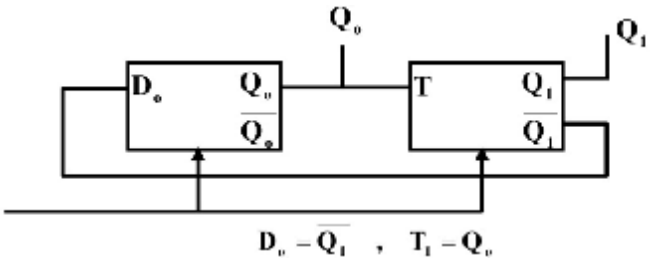
$D_1 = \bar{Q}_2 \ , \ D_2 = \bar{Q}_1$

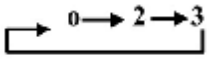
سیکل شمارش



Q_1	Q_2	D_1	D_2	Q_1	Q_2
0	**0**	1	1	1	1
1	1	**0**	**0**	**0**	**0**

مثال: مدار مقابل چه سیکلی را می‌شمارد؟



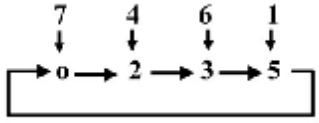
حل: 

Q_0	Q_1	D_0	T_1	Q_0	Q_1
0	**0**	1	**0**	1	**0**
1	**0**	1	1	1	1
1	1	**0**	1	**0**	**0**

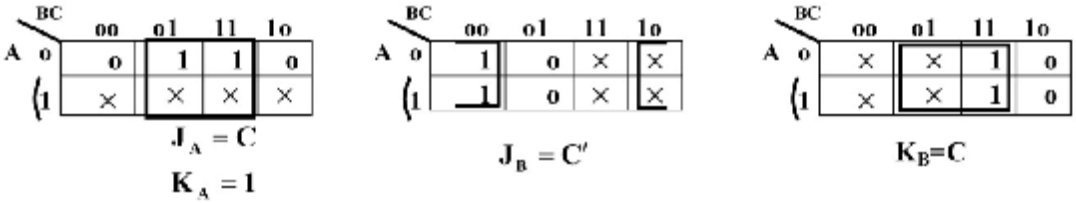
تذکر ۳: برای شمردن سیکل با پالس برای پر کردن ورودی، از خروجی قبلی کمک گرفته می‌شود.

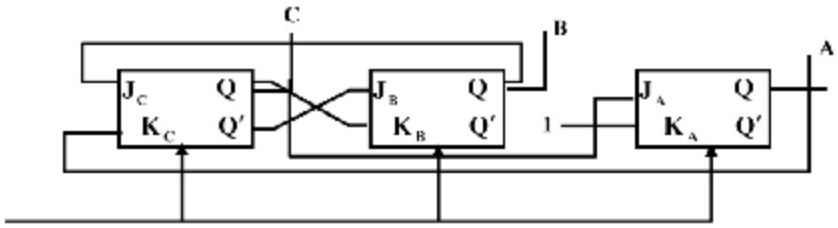
طراحی مدارهای ترتیبی

مثال: با استفاده فلیپ فلاپ JK سیکل زیر را طراحی کنید.



A	B	C	J_A	K_A	J_B	K_B	J_C	K_C	A	B	C
0	0	0	0	×	1	×	0	×	0	1	0
0	0	1	1	×	0	×	×	0	1	0	1
0	1	0	0	×	×	0	1	×	0	1	1
0	1	1	1	×	×	1	×	0	1	0	1
1	0	0	×	1	1	×	0	×	0	1	0
1	0	1	×	1	×	×	×	1	0	0	0
1	1	0	×	1	0	0	1	×	0	1	1
1	1	1	×	1	0	1	×	1	0	0	0

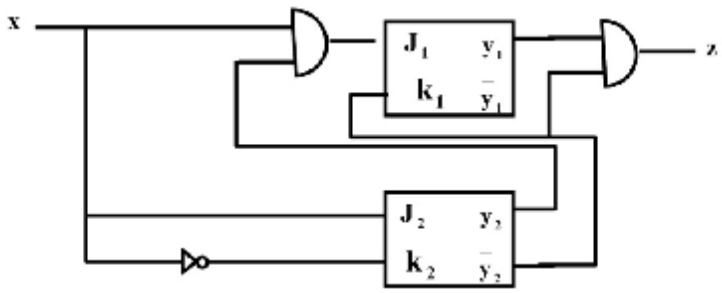




مدل‌های میلی و مور

عمومی‌ترین مدل مدار ترتیبی دارای ورودی‌ها، خروجی‌ها و حالات داخلی است. مناسب است که تفاوت‌های بین مدل‌های مدار ترتیبی بعنی مدل میلی و مور بررسی گردد. در مدل میلی، خروجی‌ها تابعی از هر دو حالت فعلی و ورودی هستند. در مدل مور، خروجی‌ها فقط تابعی از حالات فعلی می‌باشد.

مثال: دیاگرام حالت مدار زیر را ترسیم کنید. (مدارمور)



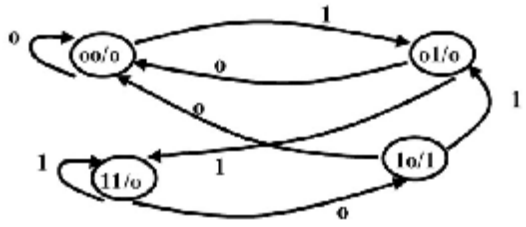
حل: ابتدا معادله حالت را بدست می‌آوریم:

$J_1 = y_2 x \quad J_2 = x \qquad Z = y_1 \bar{y}_2$

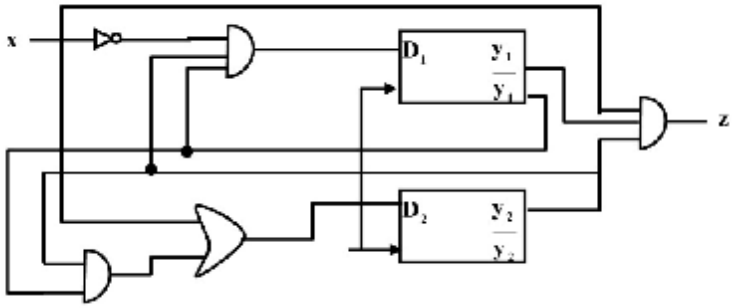
$K_1 = \bar{y}_2 \quad K_2 = \bar{x}$

y_1	y_2	x	J_1	K_1	J_2	K_2	y_1	y_2	z
0	**0**	**0**	**0**	1	**0**	1	**0**	**0**	**0**
0	**0**	1	**0**	1	1	**0**	**0**	1	**0**
0	1	**0**	**0**	**0**	**0**	1	**0**	**0**	**0**
0	1	1	1	**0**	1	**0**	1	1	**0**
1	**0**	**0**	**0**	1	**0**	1	**0**	**0**	1
1	**0**	1	**0**	1	1	**0**	**0**	1	1
1	1	**0**	**0**	**0**	**0**	1	1	**0**	1
1	1	1	1	**0**	1	**0**	1	1	1

دیاگرام حالت از روی جدول حالت بدست می‌آید:



مثال: دیاگرام حالت مدار زیر را ترسیم کنید. (مدار میلی)



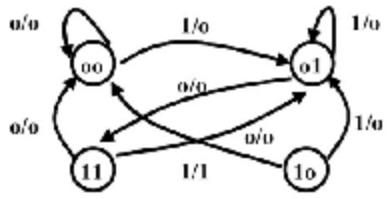
حل: ابتدا معادله حالت را بدست می‌آوریم:

$\bar{D}_1 = \bar{x}y_1'y_2 \qquad D_2 = x + y_1'y_2 \qquad z = xy_1y_2$

$y_1 = \bar{x}\,\bar{y}_1y_2 \qquad y_2 = x + \bar{y}_1y_2$

y_1	y_2	x	y_1	y_2	z
0	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
0	**0**	1	**0**	1	**0**
0	1	**0**	1	1	**0**
0	1	1	**0**	1	**0**
1	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
1	**0**	1	**0**	1	**0**
1	1	**0**	**0**	**0**	**0**
1	1	1	**0**	1	1

از روی جدول حالت دیاگرام حالت بدست می‌آید:

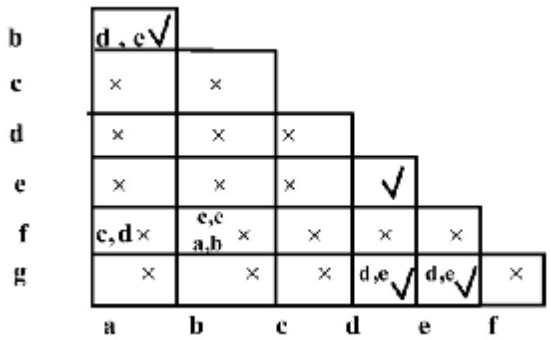


کاهش حالت:

مثال: پس از کاهش حالت جدول مقابل چند حالت خواهد داشت؟

حالت فعلی	حالت بعدی		خروجی	
	x = 0	x = 1	x = 0	x = 1
a	d	b	0	0
b	e	a	0	0
c	g	f	0	1
d	a	d	1	0
e	a	d	1	0
f	c	b	0	0
g	a	e	1	0

جدول ایجاب جدول فوق، در شکل زیر نشان داده شده است. در سمت چپ این جدول بطور عمودی، لیست تمام حالت هایی که در جدول حالت قرار دارد، بجز اولین حالت، نوشته می‌شود. و در پایین در جهت افقی لیست تمام حالت‌ها به استثنای آخرین حالت، درج می‌گردد. در نتیجه جدول، نمایش از ترکیب تمام حالت‌های ممکن را، در محل تقاطع سطر و ستون در یک مربع نشان می‌دهد، که می‌توان از آنها برای معادله بودن استفاده نمود. در این جدول برای دو حالت که معادل نیستند، علامت (×)، در مربع نظیر قرار داده می‌شود و اگر معادل باشند علامت تیک (**P**) در مربع درج گردد. بعضی مربع‌ها، نظیر حالت‌های موجب شده می‌باشند، که باید بیشتر بررسی شوند که آیا هستند یا نه؟



روش قدم به قدم برای پر کردن مربع‌ها به طریق زیر می‌باشد:

ابتدا هر زوج حالتی که، به ازاء ورودی‌های مساوی، خروجی‌های برابر ندارند، یک ضربدر (×)، در مربع نظیر قرار می‌دهیم. چون حالت c، دارای خروجی متفاوت با دیگر حالت‌هاست. لذا ضربدر (×) در محل دو مربع سطر c و چهار مربع ستون

cقرار می‌دهیم. تعداد نه مربع دیگر، شبیه این حالت در جدول ایجاب مذکور وجود دارد که در آنها ضربدر (×) گذاشته می‌شود.

سپس بقیه مربع‌ها، یعنی آن زوج حالت‌هایی که، موجب زوج حالت‌های دیگر می‌شوند را بررسی می‌کنیم. از بالاترین مربع ستون چپ شروع می‌کنیم و سپس به طرف ستون راست و پایین ادامه می‌دهیم. از جدول حالت ملاحظه می‌شوند که زوج حالت (a,b) موجب زوج حالت (d,e) می‌شود، لذا (d,e) در ستون a و سطر b ثبت می‌شود.

این روش را ادامه می‌دهیم تا این که کل جدول تکمیل شود. توجه داشته باشید که حالت‌های (d,e)، چون به حالت بعدی یکسان می‌روند و خروجی یکسان نیز دارند، معادل هستند. بنابراین یک علامت تیک (**P**) در مربعی که، نظیر ستون d و سطر e قرار می‌دهیم، که نشانه معادل بودن آن‌هاست و مستقل از هر زوج حالت ایجاب هستند.

مرحله بعدی، مرورهای متوالی جدول است که بررسی شود آیا لازم است در مربع دیگری علامت ضربدر (×) قرار داد یا نه؟ اگر مربعی شامل یک زوج ایجاب باشد که معادل نباشد، در آن مربع ضربدر (×) گذاشته می‌شود.

به عنوان مثال در مربعی که با a,f تعریف شده، یک ضربدر کنار c,d قرار داده می‌شوند، چون c,d نظیر مربعی هستند که دارای ضربدر است. این روش را ادامه می‌دهیم تا هیچ مربعی نیاز به ضربدر نداشته باشد. در نهایت تمام مربع‌هایی که دارای ضربدر نیستند، علامت تیک (**P**) قرار داده می‌شود که این مربع‌ها زوج حالت‌های معادل می‌باشند. در این مثال زوج حالت معادل برابر است با:

(a,b) (d,e) (d,g) (e,g)

اکنون با ترکیب این زوج حالت‌ها، آن ها را به دسته حالت‌های معادل بزرگتر، تبدیل می‌کنیم. سه زوج حالت سمت راست فوق به معادل بودن سه حالت (d,e,g) منجر می‌شود، چون هر حالت از یک گروه، معادل یک حالت گروه دیگر است.

آخرین قسمت، شامل حالت‌هایی از جدول ایجاب است که در میان لیست‌های معادل نیستند، که در این مثال حالتهایی c و f معادل هیچ حالتی نیست به این ترتیب جدول از هفت حالت به چهار حالت زیر تحلیل می‌یابد.

(a,b)(c)(d,e,g)(f)

جدول کاهش یافته با جایگزین کردن b با g, e, a مطابق جدول زیر حاصل می‌شود.

	حالت بعدی		خروجی	
حالت فعلی	x = 0	x = 1	x = 0	x = 1
a	d	a	0	0
c	d	f	0	1
d	a	d	1	0
f	c	a	0	0

دقت کنید قبل از کاهش حالت برای طراحی احتیاج به 3 فلیپ فلاپ داشتیم (چون 7 حالت وجود داشت) اکنون نیز به 2 فلیپ فلاپ نیاز داریم (چون 4 حالت داریم)

کاهش جدول جریان

روشی که باید برای پیدا کردن یک دسته مناسب از سازگارها جهت ادغام یک جدول روند بکار برد را می‌توان به سه مرحله تقسیم‌بندی کرد.

1- با استفاده از جدول ایجاب، کلیه زوج‌های سازگار را مشخص کنید. 2- با استفاده از یک نمودار ادغام، سازگارهایی ماکزیمال را پیدا کنید. 3- یک مجموعه مینیمال از سازگارها پیدا کنید که کلیه حالت‌ها را دربر بگیرد و این مجموعه بسته باشد.

زوج‌های سازگار

روش پیدا کردن زوج‌های سازگار در شکل زیر نشان داده شده است. جدول روند اولیه شکل (الف) است. وارده‌های هر مربع، حالت‌بندی و خروجی را بیان می‌کنند. خط تیره (-) حالات و خروجی‌های نامشخص را بیان می‌کنند.

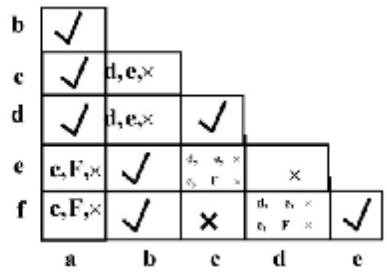
جدول ایجاب درست همانطور که برای پیدا کردن حالت‌های معادل در وضعیت کاملاً مشخص بکار می‌رفت، برای یافتن حالت های سازگار مورد استفاده قرار می‌گیرد. تنها تفاوت این است که به هنگام مقایسه سطرها، می‌توانیم خط‌های تیره را بطور دلخواه تنظیم کنیم تا وضعیت مطلوب حاصل شود.

دو حالت سازگار هستند که در هر ستون از سطرهای مربوطه در جدول روند، حالت‌های یکسان یا سازگار وجود داشته باشند و تناقضی در مقادیر خروجی نباشد. برای مثال سطرهای a و b جدول روند سازگارند اما سطرهای a و f فقط اگر c و f سازگار نیستند زیرا در ستون اول دارای خروجی‌های متفاوتی هستند. این اطلاعات در جدول ایجاب ثبت می‌شود.

علامت **P** مربعی را مشخص میکند که زوج حالات آن سازگارند. حالت‌هایی که سازگار نیستند توسط × مشخص می‌شود. مربع‌های باقی‌مانده با زوج‌های ایجاد پر می‌شوند که احتیاج به بررسی دارد.

	00	01	11	10
a	c,-	ⓐ ,0	b,-	- ,-
b	-,-	a ,-	ⓑ ,-	e ,-
c	ⓒ,0	a ,-	- ,-	d ,-
d	c ,-	-,-	b ,-	ⓓ,0
e	F,-	-,-	b ,-	ⓔ,1
f	ⓕ,1	a ,-	-,-	e,-

(الف) جدول روند اولیه



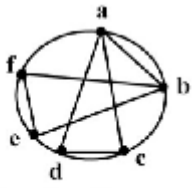
هنگامی که جدول ایجاب اولیه پر شد، مجدداً مرور می‌شود تا در مربع هایی که دارای حالت‌های ایجاب ناسازگار هستند علامت × زده شود. مربع‌های باقی‌مانده که دارای علامت **P** هستند زوج حالات سازگار را مشخص می‌کنند در مثال بالا زوج‌های سازگار عبارتند از:

$$(a,b)(a,c)(a,d)(b,e)(b,f)(c,d)(e,f)$$

سازگارهای ماکزیمال

با پیدا کردن زوج‌های سازگار، قدم بعدی پیدا کردن بزرگترین مجموعه‌های سازگار است. سازگارهای ماکزیمال دسته‌ای از سازگار هستند که شامل کلیه ترکیبات ممکن از حالت‌های سازگار باشند. سازگارهای ماکزیمال را می‌توان از یک نمودار

ادغام که در شکل زیر کشیده شده است بدست آورید. نمودار ادغام گرافیکی است که در آن، حالت بوسیله یک نقطه روی محیط یک دایره مشخص می‌شود. بین هر دو نقطه که یک زوج سازگار را تشکیل می‌دهند یک خط رسم می‌شود. کلیه سازگارهای ممکن را می‌توان از روی نمودار ادغام بوسیله مشاهده شکل‌های هندسی که در آنها حالات به یکدیگر متصل هستند بدست آورد. یک نقطه منفرد و جدا نشان دهنده حالتی است که با هیچ حالت دیگری سازگار نیست. یک خط نشان‌دهنده یک زوج سازگار است. یک مثلث، سه حالت سازگار را مشخص می‌کند.

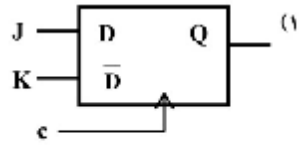


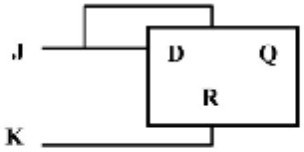
سازگار ماکزیمال

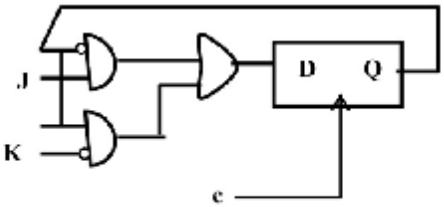
(a,b) (a,c,d) (b,e,F)

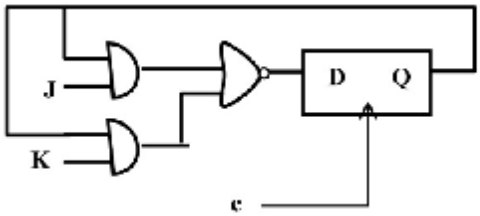
تست‌های فصل چهارم

۱- با استفاده از یک DFF یک JKFF بسازید.

(۱


(۲


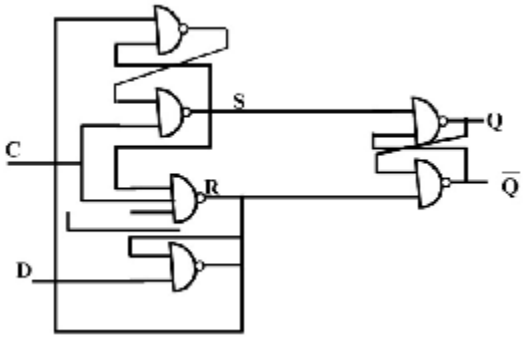
(۳


(۴


۲- با یک فلیپ فلاپ D می‌خواهیم رفتار یک فلیپ فلاپ T را پیاده‌سازی کنیم. در این صورت:

1) $D = T \oplus Q$ 2) $D = T \odot Q$ 3) $D = T\bar{Q}$ 4) $D = TQ'$

۳- این مدار چه نوع فلیپ فلاپ است؟

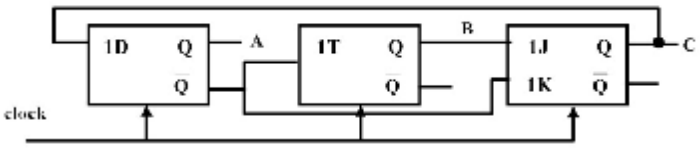


1) فلیپ فلاپ D با تحریک لبه مثبت
2) یک فلیپ فلاپ D با تحریک سطح مثبت
3) یک فلیپ فلاپ D با تحریک لبه منفی
4) یک فلیپ فلاپ D با تحریک سطح منفی

۴- می‌خواهیم یک شمارنده سنکرون طرح کنیم که ابتدا شمارش ۰ تا ۹ را دنبال کند و سپس به صورت معکوس شمار از ۹ به ۰ برگردد. این شمارنده غیر از پالس ساعت، ورودی دیگری ندارد. برای طرح این شمارنده چند فلیپ فلاپ لازم است.

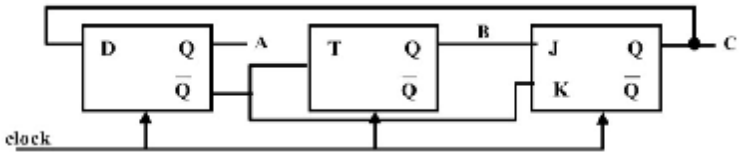
1) 7 2) 5 3) 6 4) 8

۵- در مدار زیر اگر در پالس ساعت اول، خروجی فلیپ فلاپ‌ها به صورت $ABC=000$ باشد، در پالس ساعت چهارم (سه clock بعد)، خروجی‌ها کدام است؟



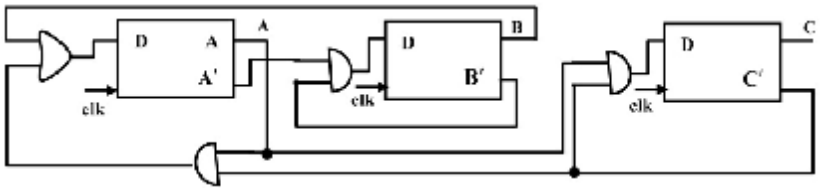
1) $ABC=100$
2) $ABC=010$
3) $ABC=101$
4) $ABC=110$

۶- در مدار شکل زیر، اگر در اولین پالس ساعت، خروجی FF ها به صورت $ABC=000$ باشد در پالس ساعت پنجم (چهار clock بعد) خروجی‌ها به چه صورت است؟



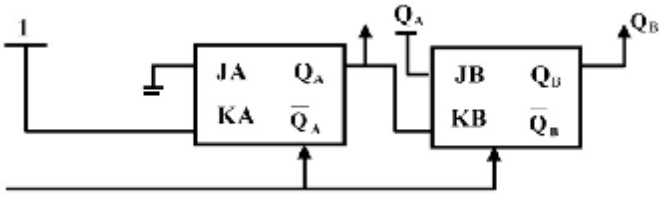
1) $ABC=011$
2) $ABC=110$
3) $ABC=001$
4) $ABC=100$

۷- شمارنده شکل مقابل تابع $F(A,B,C)$ را می‌شمارد. کدام توالی توسط این مدار تولید می‌شود؟



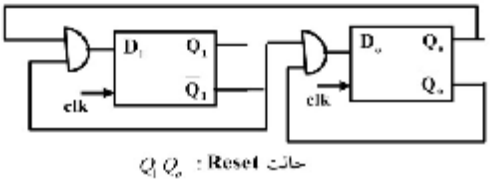
1) 0,3,4,5
2) 0,1,3,5
3) 0,2,3,4
4) 0,2,4,5

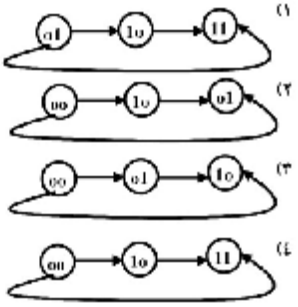
۸- در شکل مقابل اگر در شروع داشته باشیم $QA=QB=0$ پس از چهار پالس ساعت خروجی $(QBQA)$ را مشخص سازید؟



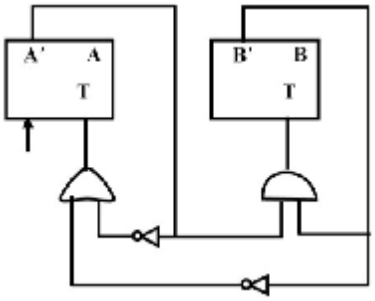
1) $QA=0$, $QB=1$
2) $QA=1$, $QB=0$
3) $QA=1$, $QB=1$
4) $QA=0$, $QB=0$

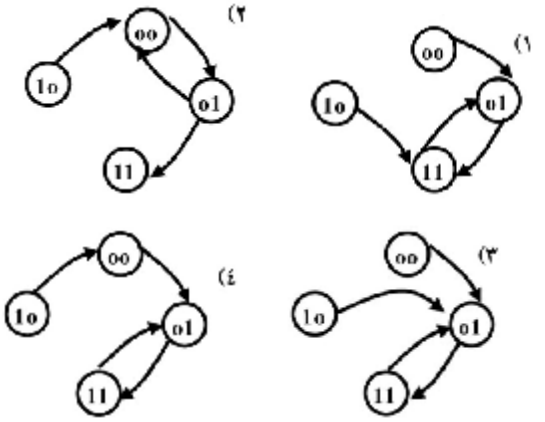
۹- نمودار حالت شمارنده شکل زیر کدام است؟



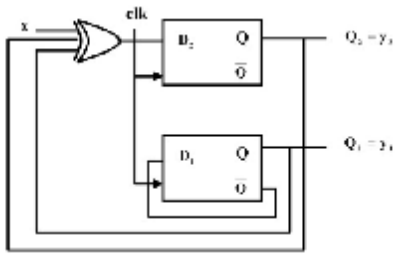


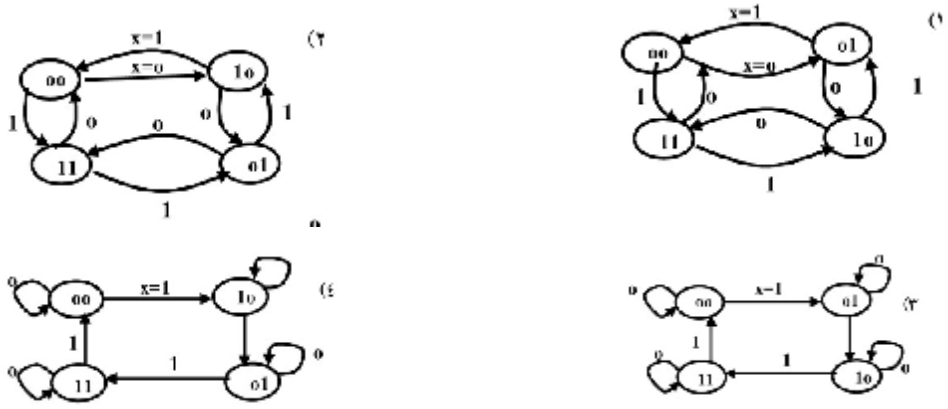
۱۰- دیاگرام حالت مدار زیر کدام است؟ حالت را به صورت AB در نظر بگیرید؟



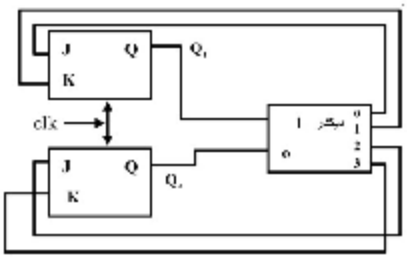


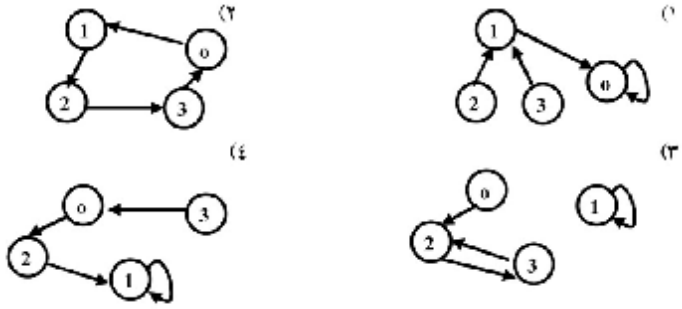
۱۱- دیاگرام حالت مدار شکل زیر کدام است؟ x ورودی مستقل، clk پالس ساعت و y_2y_1 خروجی‌ها است؟



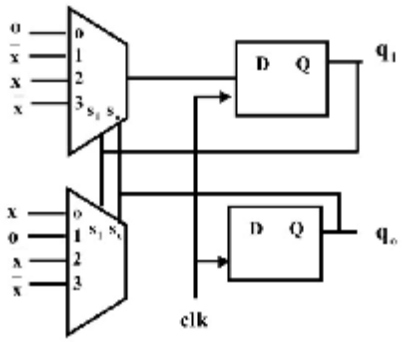


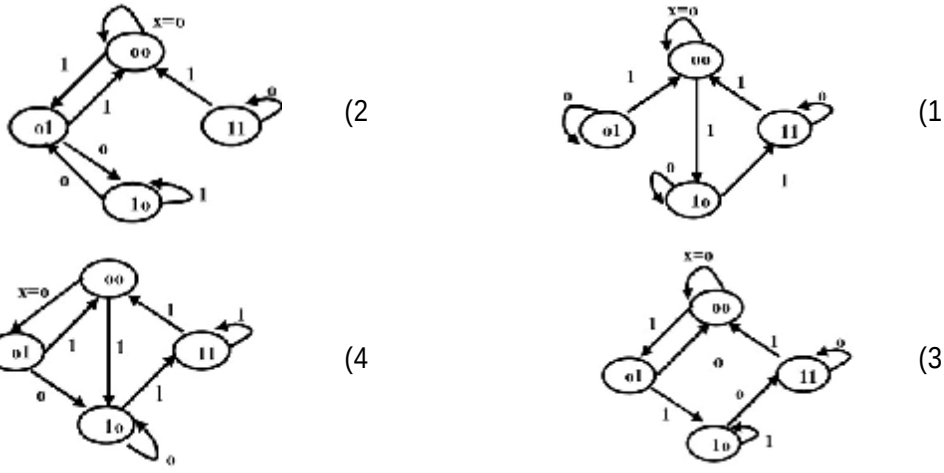
۱۲- برای مدار مقابل، کدام یک از نمودارهای حالت صحیح می‌باشد؟ (حالت درون دایره بیانگر مقـادیر Q_1Q_0 می‌باشد؟)



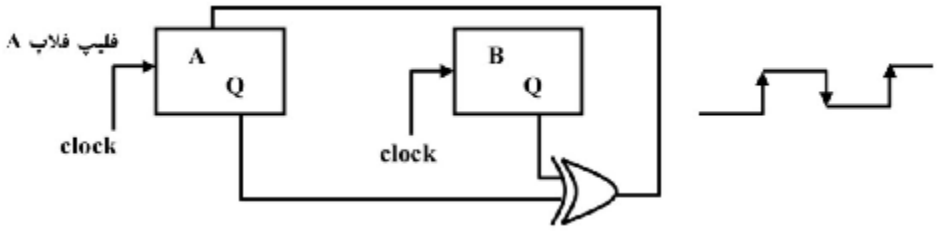


۱۳- نمودار حالت مدار زیر به چه صورت می‌باشد؟ x ورودی مدار است و اعداد داخل دایره‌ها حالت، بیانگر q_0 q_1 می‌باشد؟





۱۴- اگر شکل clock بصورت زیر باشد، چه اتفاقی می‌افتد؟



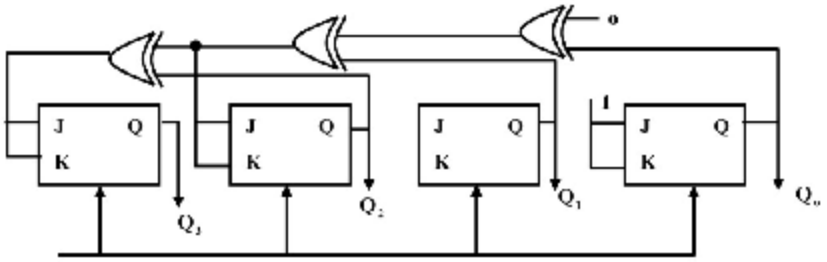
1) محتوای هر دو فلیپ فلاپ صفر می‌شود.

2) محتوای دو فلیپ فلاپ A و B با هم عوض می‌شود.

3) محتوای هر دو فلیپ فلاپ یک می‌شود.

4) محتوای هر دو فلیپ فلاپ یکسان می‌شود ولی معلوم نیست که صفر یا یک می‌شود.

۱۵- در مدار زیر بیان کنید کدام رشته نشان داده شده در پنج پالس ساعت پشت سر هم صحیح است؟



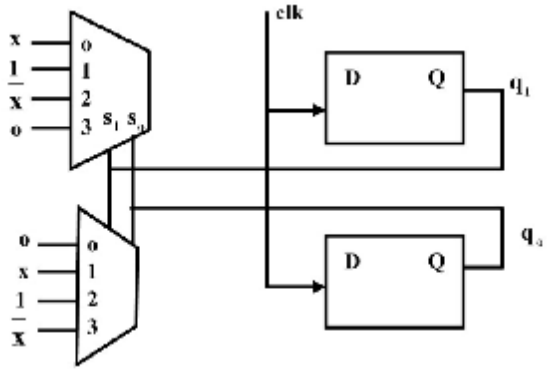
1) $0010 \rightarrow 1111 \rightarrow 1100 \rightarrow 0101 \rightarrow 0110$

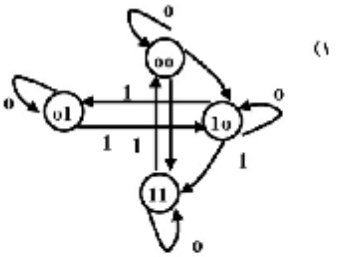
2) $0010 \rightarrow 1111 \rightarrow 0100 \rightarrow 0100 \rightarrow 1010$

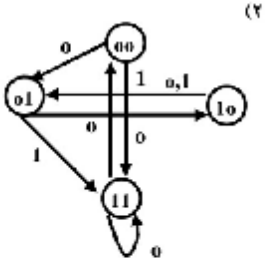
3) $0010 \rightarrow 0001 \rightarrow 0000 \rightarrow 1111 \rightarrow 1110$

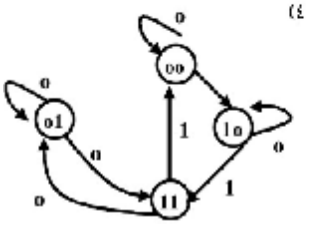
4) $0010 \rightarrow 1111 \rightarrow 0100 \rightarrow 0101 \rightarrow 0111$

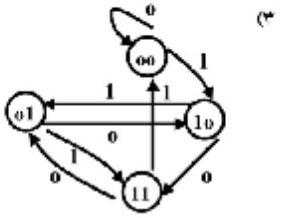
۱۶- نمودار حالت برای مدار زیر، کدام است؟ (x ورودی مدار است)









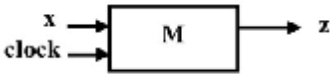


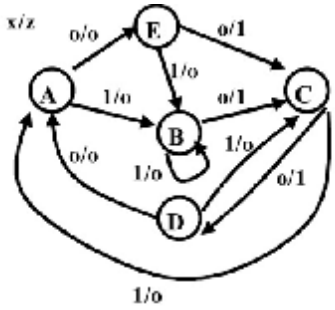
۱۷- در جدول حالت روبرو با فرض آنکه x تنها ورودی مدار ترتیبی باشد، کدام حالت‌ها با هم متفاوتند؟

1) حالت‌های d و f
2) حالت‌های a و c
3) حالت‌های b و e
4) هر سه جواب صحیح است.

حالت فعلی	حالت بعدی		خروجی	
	x = 0	x = 1	x = 0	x = 1
a	a	e	1	0
b	f	a	0	1
c	c	b	1	0
d	d	a	0	0
e	f	c	0	1
f	d	a	0	0

۱۸- ماشین سنکرون M دارای دیاگرام حالت زیر است. آیا ماشین ساده‌تر می‌شود؟





1) ماشین ساده‌تر نمی‌شود.
2) می‌توان به سه حلت ساده کرد
3) می‌توان به چهار حالت ساده کرد.
4) می‌توان به دو حالت ساده کرد.

۱۹- تعداد حالت کاهش یافته برای ماشین حالت سنکرون زیر کدام است؟ (- به معنای بی‌اهمیت است)

1) سه حالت 2) چهار حالت 3) دو حالت 4) پنج حالت

	ورودی‌های (xy)			
حالت فعلی	00	01	10	11
A	A / 0	B / –	C / –	– / –
B	D – /	B / 1	– / –	E / –
C	A – /	– / –	C / 0	E / –
D	D / –	B / –	F / –	– / –
E	– / –	B / –	F / –	E / –
F	A / –	– / –	F / 1	E / –

۲۰- کدام یک ساده‌ترین صورت جدول حالت زیر است؟

cs	x = 0	x = 1	z
A	A	B	0
B	B	C	0
C	C	D	1
D	D	E	1
E	E	F	0
F	F	A	0

1)

cs	x = 0	x = 1	z
A	A	A	0
C	C	C	1
E	E	F	0
F	F	A	0

2)

cs	x = 0	x = 1	z
A	A	B	0
B	B	C	0
C	C	C	1
E	E	F	0
F	F	A	0

3)

cs	x = 0	x = 1	z
A	A	B	0
B	B	C	0
C	C	D	1
D	D	E	1
E	E	F	0
F	F	A	0

4)

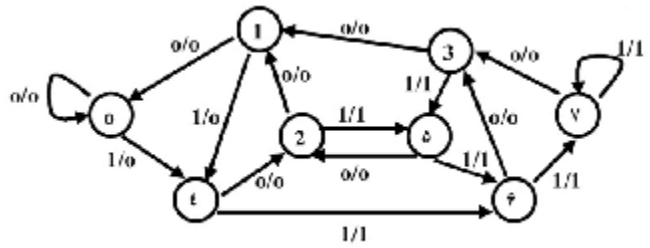
cs	x = 0	x = 1	z
A	A	B	0
B	B	C	0
C	C	D	1
D	D	E	1
E	E	F	0

۲۱- جدول حالت زیر پس از کاهش تعداد حالات دارای چند حالت خواهد بود؟

1) 3 2) 4 3) 5 4) 6

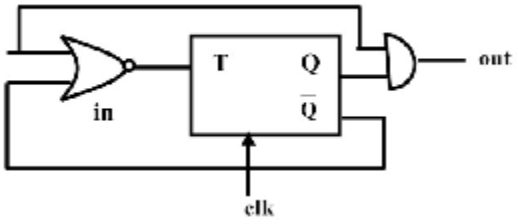
Ps	x = 0	x = 1
a	c / 0	g / 0
b	f / 0	b / 0
c	b / 1	f / 1
d	c / 0	g / 1
e	d / 0	g / 1
f	g / 1	c / 1
g	f / 0	a / 0

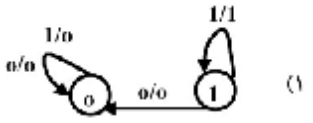
۲۲- دیاگرام قالبی یک سیستم ترتیبی سنکرون با یک ورودی x و یک خروجی y با هشت حالت ۰ تا ۷ در شکل زیر دیده می‌شود. برای ساختن مدار این سیستم چند فلیپ فلاپ لازم داریم؟



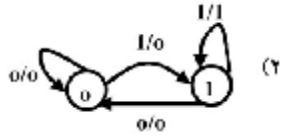
1) 4
2) 8
3) 2
4) 3

۲۳- نمودار حالت مدار مقابل کدام است؟

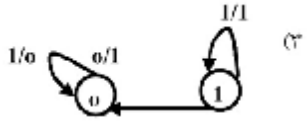




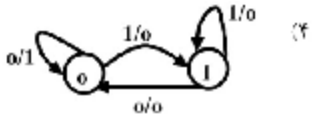
۱)



۲)



۳)



۴)

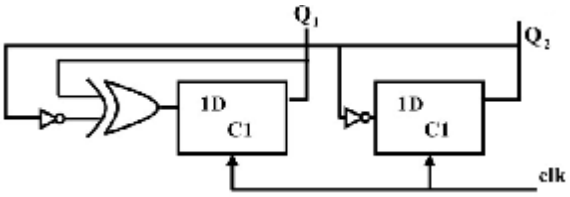
۲۴- مداری با سه فلیپ فلاپ A,B,C با معادلات ورودی زیر را در نظر بگیرید. این مدار چه کاری را انجام می‌دهد؟

(A دارای بیشترین ارزش و C کمترین ارزش است).

$DA = \overline{A}B + AB'$
$DB = B$
$DC = 1$

1) شمارش اعداد فرد
2) شمارش اعداد زوج
3) شمارش اعداد gray3 بیت
4) شمارش اعداد باینری سه بیت

۲۵- مدار مقابل چه کاری انجام می‌دهد؟



1) مدار تولید parity

2) شمارنده 2 بیتی با parity

3) شمارنده 2 بیتی کاهش باینری

4) شمارنده 2 بیتی افزایشی باینری

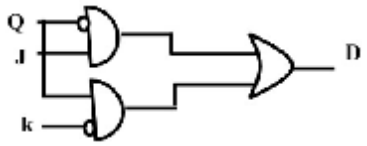
پاسخ سوالات فصل چهارم

-1 (3)

$Q = J\bar{Q} + \bar{K}Q \Rightarrow D = JQ' + k'Q$

معادله JK

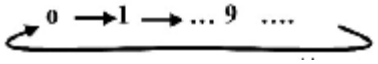
$Q = D$ معادله D



-2 (1) در متن درس حل شده است.

-3 (1) برای اطلاعات بیشتر می‌توانید به کتاب موریس مانو مراجعه کنید.

-4 (2)



دارای 18 حالت است. پس 5 عدد فلیپ فلاپ لازم می‌شود.

-5 (4)

$D_A = C, T_B = \bar{Q}_A \;\; J_C = Q_B \;\; K_C = \bar{Q}_A$

	A	B	C	D_A	T_B	J_C	K_C	A	B	C	
پالس 1	**0**	**0**	**0**	**0**	1	**0**	1	**0**	1	**0**	$\Rightarrow AB = 11\mathbf{0}$
پالس 2	**0**	1	**0**	**0**	1	1	1	**0**	**0**	1	
پالس 3	**0**	**0**	1	1	1	**0**	1	1	1	**0**	

-6 (1)

$D_A = C, T_B = A' \;\; J_C = B \;\; K_C = A'$

	A	B	C	D_A	T_B	J_C	K_C	A	B	C	
پالس 1	**0**	**0**	**0**	**0**	1	**0**	1	**0**	1	**0**	$\Rightarrow ABC = \mathbf{0}11$
پالس 2	**0**	1	**0**	**0**	1	1	1	**0**	**0**	1	
پالس 3	**0**	**0**	1	1	1	**0**	1	1	1	**0**	
پالس 4	1	1	**0**	**0**	**0**	1	**0**	**0**	1	1	

-7

$DA = B + AC', \; DB = A'B' \;\; DC = AC'$

$\mathbf{0} \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5$

A	B	C	DA	DB	DC
0	**0**	**0**	**0**	1	**0**
0	1	**0**	1	**0**	**0**
1	**0**	**0**	1	**0**	1

(1) -8

$JA = \mathbf{0}$ $JB = 1$

$KA = 1$ $KB = QA$

A	B	JA	KA	JB	KB	A	B
0	**0**	**0**	1	1	**0**	**0**	1
0	1	**0**	1	1	**0**	**0**	1

QA همواره صفر و QB همواره یک است.

(3) -9

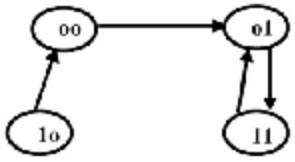
$D_0 = \bar{Q}_1 Q'_0$ $D_1 = Q_0 Q'_1$

Q_1	Q_0	D_1	D_0
0	**0**	**0**	1
0	1	1	**0**
1	**0**	**0**	**0**

(4) -10

$TA = B + A$ $TB = A'B'$

A	B	TA	TB	A	B
0	**0**	**0**	1	**0**	1
0	1	1	**0**	1	1
1	**0**	1	**0**	**0**	**0**
1	1	1	**0**	**0**	1



(1) -11

$D_1 = \bar{y}_1$, $D_2 = x \oplus y_2 \oplus y_1$

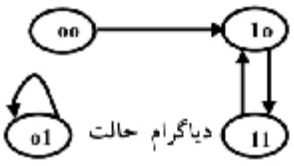
x	y_2	y_1	D_2	D_1
0	**0**	**0**	**0**	1
0	**0**	1	1	**0**
0	1	**0**	1	1
0	1	1	**0**	**0**
1	**0**	**0**	1	1
1	**0**	1	**0**	**0**
1	1	**0**	**0**	1
1	1	1	1	**0**

(3) -12

$J_1 = \bar{Q}_1 \bar{Q}_0$ $J_0 = Q_1 \bar{Q}_0$

$K_1 = \bar{Q}_1 Q_0$ $K_0 = Q_1 Q_0$

Q_1	Q_0	J_1	K_1	J_0	K_0	Q_1	Q_0
0	**0**	1	**0**	**0**	**0**	1	**0**
0	1	**0**	1	**0**	**0**	**0**	1
1	**0**	**0**	**0**	1	**0**	1	1
1	1	**0**	**0**	1	1	1	**0**



(2) -13

$D_1 = \bar{x}\, q'_1 q_0 + x q_1 q_0 + \bar{x} q_1 q_0$

$D_2 = x q'_1 q_0 + \bar{x} q_1 q'_0 + x' q_1 q_0$

x	q_1	q_2	D_1	D_2
0	**0**	**0**	**0**	**0**
0	**0**	1	1	**0**
0	1	**0**	**0**	1
0	1	1	1	1
1	**0**	**0**	1	**0**
1	**0**	1	**0**	**0**
1	1	**0**	**0**	1
1	1	1	**0**	**0**

-14 (2)

با توجه به 3 کلاک، محتویات A و B با هم عوض می‌شوند.

-15 (2) چون ورودی تمام فلیپ فلاپ‌ها به هم وصل است مدار معادل T است. (البته ورودی‌ها J و K)

$T_0 = 1$ / $T_1 = \mathbf{0} \oplus Q_0$ / $T_2 = Q_0 \oplus Q_1$ / $T_3 = Q_0 \oplus Q_1 \oplus Q_2$

Q_3	Q_2	Q_1	Q_0	T_3	T_2	T	T_0	Q_3	Q_2	Q_1	Q_0
0	**0**	1	**0**	1	1	**0**	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	**0**	1	1	**0**	1	**0**	**0**
0	1	**0**	**0**	1	**0**	**0**	1	1	1	**0**	1
1	1	**0**	1	**0**	1	1	1	1	**0**	1	**0**
1	**0**	1	**0**	1	1	**0**	1	**0**	1	1	1

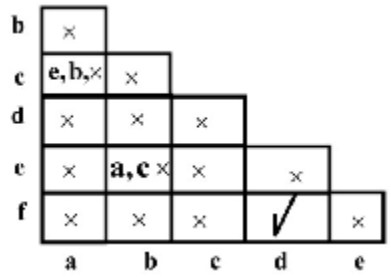
-16 (3)

$D_1 = \overline{q}_1 \overline{q}_0 x + q_1' q_0 + q_1 q_0' \overline{x}$

$D_2 = q_1' q_0 x + q_1 q_0' + q_1 q_0 \overline{x}$

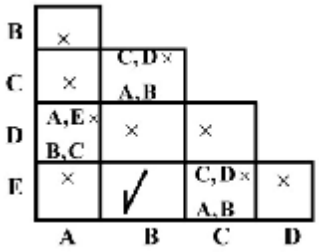
q_1	q_0	x	D_1	D_2
0	**0**	**0**	**0**	**0**
0	**0**	1	1	**0**
0	1	**0**	1	**0**
0	1	1	1	1
1	**0**	**0**	**0**	1
1	**0**	1	**0**	1
1	1	**0**	**0**	1
1	1	1	**0**	**0**

-17 (1) طبق جدول ضمنی حالت d و f با هم معادل هستند.



(3) -18

حالت فعلی	حالت بعدی		خروجی	
	x = 0	x = 1	x = 0	x = 1
A	E	B	0	0
B	C	B	1	0
C	D	A	1	0
D	A	C	0	0
E	C	B	1	0

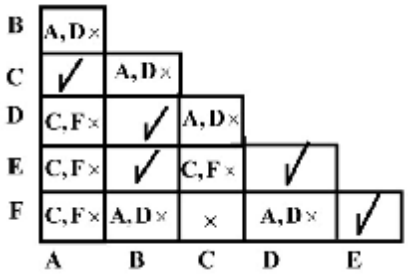


حالت E و B با هم معادل هستند بنابراین مدار به چهار حالت ساده می‌گردد.

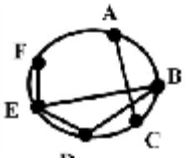
(1) -19

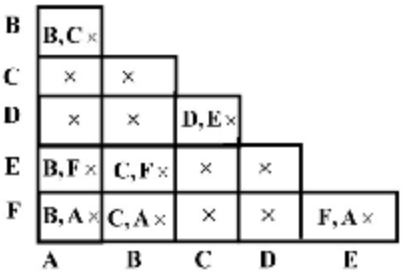
$(A,C),(B,D),(B,E),(D,E),(E,F)$

$\Rightarrow (A,C),(E,F),(B,D,E)$



یعنی حالت به 3 کاهش می‌یابد.



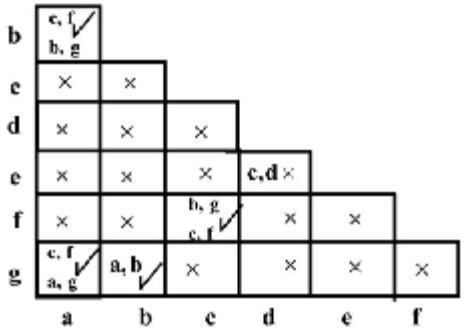


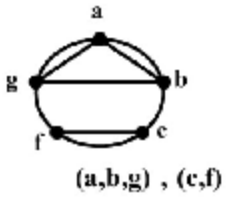
(3) -20

با توجه به جدول ایجاب هیچ دو حالتی معادل نیستند.

(3) -21

پس می توان بجای c,b,a یک حالت و بجای f,c نیز یک حالت گذاشت پس 2 حالت کم می‌شود و 5 حالت می‌ماند.

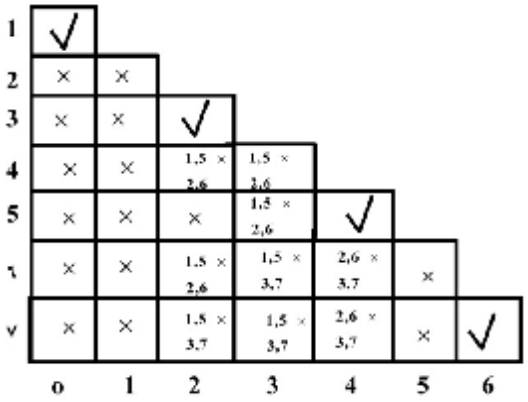




(3) -22

4 حالت کاهش می‌یابد پس 2 فلیپ فلاپ لازم است.

حالت فعلی	حالت بعدی		خروجی	
	x = 0	x = 1	x = 0	x = 1
0	0	4	0	0
1	0	4	0	0
2	1	5	0	1
3	1	5	0	1
4	2	6	0	1
5	2	6	0	1
6	3	7	0	1
7	3	7	0	1



(1) -23

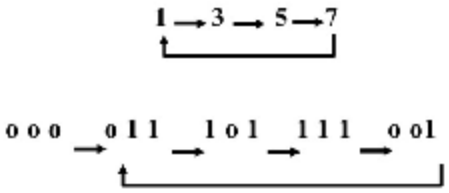
$T = \overline{In + Q'} = \overline{In}\,Q \quad Out = QIn$

In	Q(t)	T	Q(t+1)	out
0	0	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	0
1	1	0	1	1

(1) -24

$DA = A'B + AB'$, $DB = B$ $DC = 1$

A	B	C	DA	DB	DC
0	**0**	**0**	**0**	1	1
0	1	1	1	**0**	1
1	**0**	1	1	1	1
1	1	1	**0**	**0**	1



(3) -25

$D_2 = Q_1 \oplus \bar{Q}_2$
$D_1 = \bar{Q}_1$

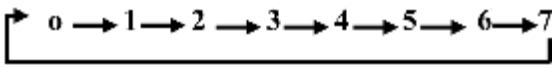
Q_2	Q_1	D_2	D_1
0	**0**	1	1
1	1	1	**0**
0	**0**	**0**	1
1	1	**0**	**0**

فصل پنجم: شمارنده‌ها و ثبات‌ها

طراحی شمارنده‌ها

یک مدار ترتیبی که براساس اعمال پالس‌های ورودی، در بین دنباله‌ای از حالتهای از پیش تعیین شده، حرکت کند، یک شمارنده نامیده می شود. یک شمارنده دودویی n بیتی شامل، شامل n فلیپ فلاپ است و می‌تواند از 0 تا 2^n-1 را در مبنای دو شمارش کند.

مثال: می‌خواهیم یک شمارنده ۳ بیتی، صعودی طراحی کنیم:

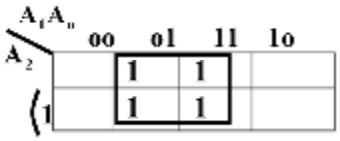


حل: ابتدا جدول شمارنده 3 بیتی را طراحی می‌کنیم:

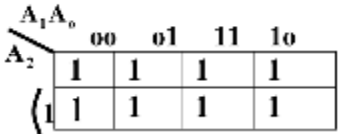
A_2	A_1	A_0	T_2	T_1	T_0	A_2	A_1	A_0
0	0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	1	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1	1	1	0
1	1	0	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	0	0	0

توابع را به جدول کارنو منتقل می‌کنیم:

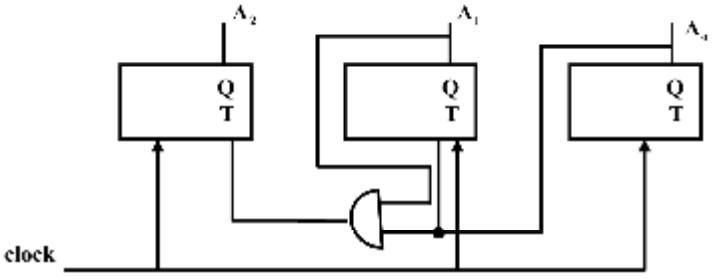
$T_2 = A_1A_0$



$T_A = A_O$

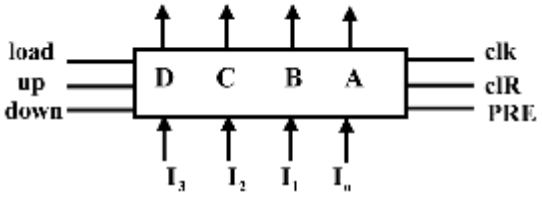


$T_0 = 1$



دیاگرام منطقی یک شمارنده دودویی ۳ بیتی

بلوک کلی یک شمارنده مثلاً 4 بیتی به شکل زیر است:



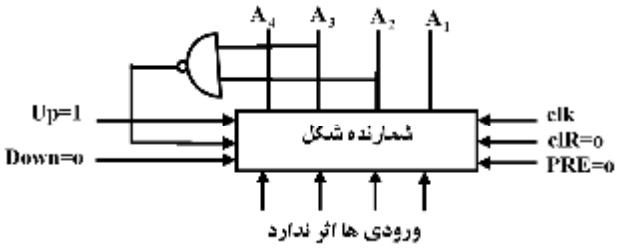
عملکرد داخلی شکل به صورت زیر است:

شمارنده صعودی $\Rightarrow$ $clR = PRE = Load = 0,\ Up = 1$

شمارنده نزولی $\Rightarrow$ $clR = PRE = Load = 0\ ,\ down = 1$

بار موازی $clR = PRE = Load = 1 \Rightarrow DBA = I_3 I_2 I_1 I_0$

مثال: با استفاده از بلوک قبلی شمارنده‌ای بسازید که اعداد ۰ تا ۵ را بشمرد.



هرگاه $A_4A_3A_2A_1 = 0110$ شود حاصل گیت NAND برابر یک شده شمارنده Load می‌شود سریعاً از مدار خارج می‌شمرد.

تذکر ۱: به شمارنده‌ای که n عدد را بشمارد شمارنده mod-n گویند. به شمارنده‌ای قبلی mod -6 گویند.

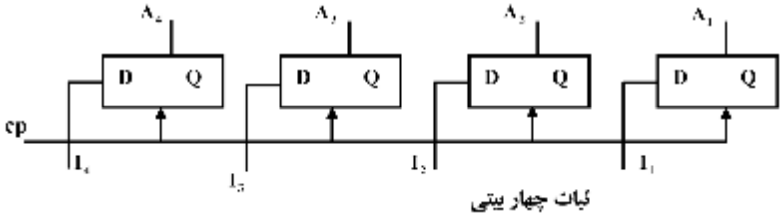
ثبات‌ها

ثبات مداری است که برای نگهداری اطلاعات استفاده می‌شود. هر ثبات n بیتی قابلیت نگهداری n بیت اطلاعات را دارد.

ثبات‌ها معمولاً با فلیپ فلاپ Dff ساخته می‌شود.

ثبات PIPO

ساده‌ترین نوع ثبات است این ثبات دارای ورودی موازی و خروجی موازی است.

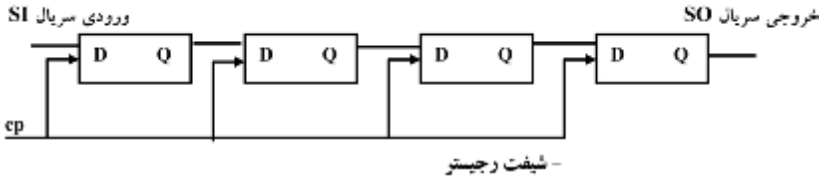


شیفت رجیسترها

یک ثبات که قادر است اطلاعات دودویی‌اش را به سمت راست یا چپ انتقال بدهد، یک شیفت رجیستر نامیده می‌شود.

ثبات انتقالی SISO

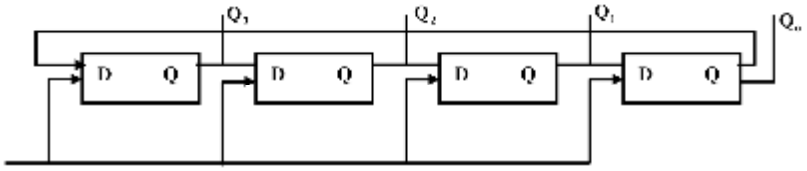
ساده‌ترین نوع شیفت رجیستر است این ثبات دارای ورودی سری و خروجی سری است، هر پالس ساعت محتوای ثبات را یک بیت به راست انتقال می‌دهد.



- شیفت رجیستر

شمارنده حلقوی

این شمارنده درواقع یک شیفت رجیستر می‌باشد که خروجی سریال آن به ورودی سریالش باز خورد شده است.

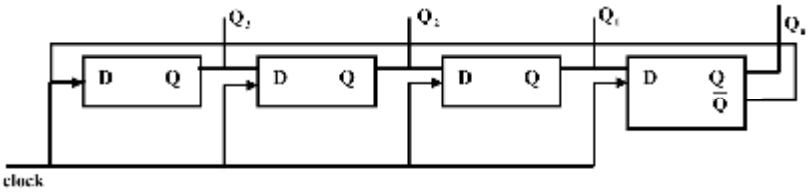


حلقه شمارش $Q_3\,Q_2\,Q_1\,Q_0 \rightarrow 1000 \rightarrow 0100 \rightarrow 0010 \rightarrow 0001 \Leftarrow$

* شمارنده حلقوی یک شیفت راست انجام می‌دهد، با 4 فلیپ فلاپ، 4 حالت تولید می‌کند، پس در حالت کلی، شمارنده حلقوی با n فلیپ فلاپ، n حالت متمایز تولید می‌کند.

شمارنده جانسون (دم برگردان – موبیوس)

این شمارنده درواقع یک شیفت رجیستر می‌باشد که Not خروجی سریال آن به ورودی فلیپ فلاپ بازخورد شده است.



حلقه شمارش

$Q_3\,Q_2\,Q_1\,Q_0 \rightarrow 0000 \rightarrow 1000 \rightarrow 1100 \rightarrow 1110 \rightarrow 0111 \rightarrow 0011 \rightarrow 0001 \rightarrow 0000 \Leftarrow$

* با 4 فلیپ فلاپ، 8 حالت تولید می‌کند، پس در حالت کلی شمارنده جانسون با n فلیپ فلاپ 2n حالت تولید می‌کند.

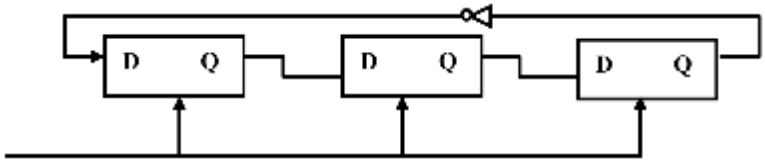
نکته 1: فرکانس شمارنده T برابر با $\frac{1}{2^n}$ است. (n تعداد فلیپ فلاپ‌ها است.)

نکته 2: فرکانس شمارنده حلقوی برابر است با $\frac{1}{n}$ است.

نکته 3: فرکانس شمارنده جانسون برابر با $\frac{1}{2n}$ است.

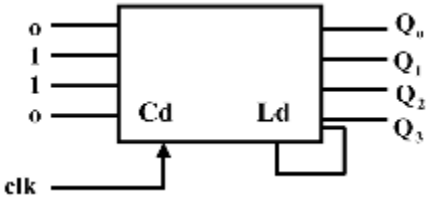
تست‌های فصل پنجم

۱- مدار نشان داده شده از n عدد Flip – Flop که حالت اولیه آنها تمام صفر هست تشکیل گردیده است. این مدار چند حالت مختلف به خود می‌گیرد؟



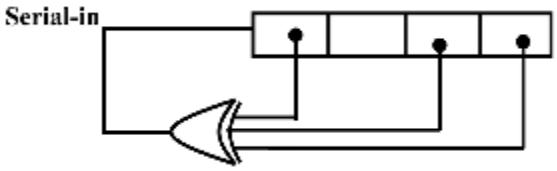
1) n
2) 2^n
3) 2n
4) n+1

۲- مدار زیر یک شمارنده است که ورودی Ld همراه با clk باعث parallel load می‌شود. خروجی co وقتی که همه خروجی‌ها یک شوند یک می‌شود. این شمارنده چه بازه‌ای از اعداد را می‌شمارد؟



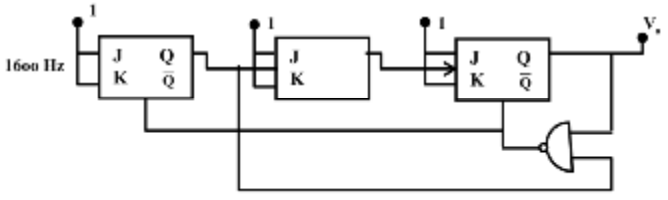
1) 0 تا 6
2) 6 تا 15
3) 12 تا 6
4) 15 تا 12

۳- شکل زیر یک شیفت رجیستر را نشان می‌دهد که در هر clock یک بیت محتوای خود را به راست شیفت می‌دهد. اگر مقدار اولیه این شیفت رجیستر 0001 باشد، دوره تناوب این شیفت رجیستر چند clock cycle است؟



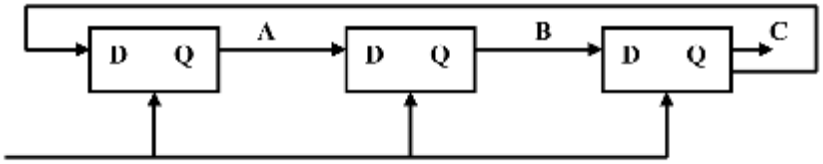
1) 6
2) 8
3) 15
4) 16

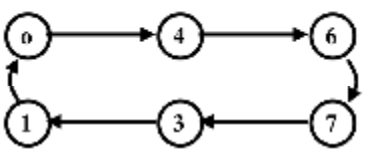
۴- فرکانس موج خروجی در مدار شکل زیر کدام است؟

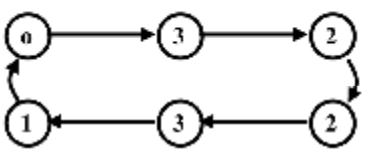


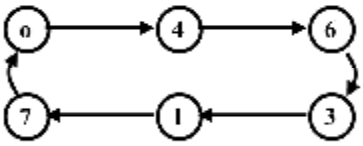
1) 320Hz
2) 200Hz
3) 160Hz
4) 400Hz

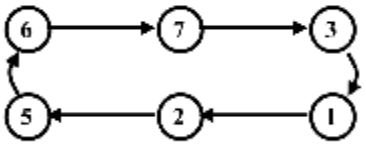
۵- مدار شکل مقابل کدام سیکل را می‌تواند بشمارد؟



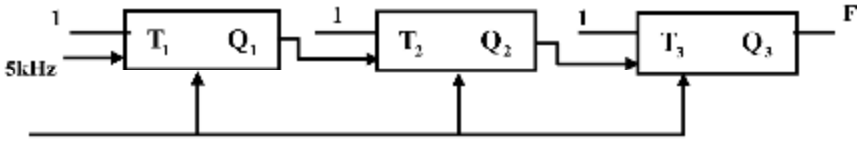
۱)


۲)


۳)


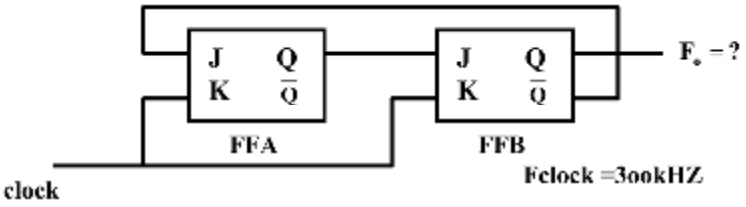
۴)


۶- در مدار شکل زیر فرکانس خروجی چند هرتز است؟



1) 625
2) 1025
3) 1250
4) 2500

۷- فرکانس خروجی در مدار مقابل چند کیلوهرتز است؟



1) 75
2) 150
3) 50
4) 100

پاسخنامه فصل پنجم

1- (3) شمارنده جانسون است و با n عدد فلیپ فلاپ 2n حالت تولید می‌کند.

2- (2)

3- (1)

$$\mathbf{000}1 \rightarrow 1\mathbf{000} \rightarrow 11\mathbf{00} \rightarrow 111\mathbf{0} \rightarrow \mathbf{0}111 \rightarrow \mathbf{00}11 \rightarrow \mathbf{000}1$$

4- (1) یک شمارنده است که به خاطر NAND صفر تا 4 می‌شمارد.

$$\frac{1}{5}\times 1600 = 320\text{Hz}$$

5- (1) شمارنده جانسون است:

$$ABC = \mathbf{000} \rightarrow 1\mathbf{00} \rightarrow 11\mathbf{0} \rightarrow 111 \rightarrow \mathbf{0}11 \rightarrow \mathbf{00}1 \rightarrow \mathbf{000}$$

6- (1) شمارنده آسنکرون است:

$$f_{out} = \frac{1}{2^n}\times F_{in} \Rightarrow \frac{1}{8}\times 5000 = \frac{5000}{8} = 625$$

7- (4)

$JA = Q_2 \quad JB = Q_1$

$KA = 1 \quad KB = 1$

	A	B	J_A	K_A	J_B	K_B	A	B
پالس 3	**0**	**0**	1	1	**0**	1	**0**	1
پالس 2	1	**0**	1	1	1	1	**0**	**0**
پالس 1	**0**	1	**0**	1	**0**	1	1	1

منابع مدارهای منطقی:

1ـ اصول طراحی دیجیتال تألیف واکرلی

2ـ طراحی سخت‌افزار مهندسی کامپیوتر تألیف موریس مانو